



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Marília



CULTURA  
ACADÊMICA  
*Editora*

# Repensando o Ensino de Matemática na Educação Básica

Maria do Carmo de Sousa

**Como citar:** SOUSA, Maria do Carmo. Repensando o Ensino de Matemática na Educação Básica. *In:* PRADO, Paulo Sérgio Teixeira; CARMO, João dos Santos (org.). **Diálogos sobre ensino-aprendizagem da matemática:** abordagens pedagógica e neuropsicológica. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2016. p. 15-42.  
DOI: <https://doi.org/10.36311/2016.978-85-7983-760-9.p15-42>



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported.

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença Creative Commons Atribuição - Uso Não Comercial - Partilha nos Mesmos Termos 3.0 Não adaptada.

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported.

# CAPÍTULO I

## REPENSANDO O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

*Maria do Carmo de Sousa*

### INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos algumas contribuições e indicativos de caminhos para repensar o ensino de Matemática na Educação Básica, a partir da perspectiva lógico-histórica, advindos de nossa prática enquanto docente e pesquisadora da área Educação Matemática.

Inicialmente fazemos uma breve retrospectiva das ideias que têm norteado o ensino de Matemática no Brasil, nos últimos 50 anos. Expomos, ainda, alguns pressupostos teóricos e metodológicos da perspectiva lógico-histórica e suas relações com os nexos conceituais<sup>1</sup> da aritmética, da geometria e da álgebra que fundamentam as atividades de ensino que têm sido objetos de estudo de pesquisas que estão sob nossa orientação. Tais atividades são estudadas com futuros professores e professores que ensinam Matemática em escolas da Educação Básica. Finalmente, descrevemos uma atividade de ensino sobre o conceito de Função, na perspectiva lógico-histórica, que elaboramos, a qual tem sido vivenciada por licenciandos do curso de Matemática, nas aulas de Metodologia de Ensino e frequentado algumas salas de aula do Ensino Médio, das escolas em que estes licenciandos fazem estágio sob a nossa supervisão.

---

<sup>1</sup> Definimosnexo conceitual como o “elo” existente entre as formas de pensar o conceito, as quais não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito.

## ALGUMAS IDEIAS QUE TÊM FUNDAMENTADO OS CURRÍCULOS ESCOLARES BRASILEIROS NOS ÚLTIMOS 50 ANOS

Na década de 60, os currículos escolares brasileiros foram orientados a partir das ideias fundamentais da Matemática Moderna que tem sua origem no século XIX.

A Matemática Moderna sob o ponto de vista da História da Matemática fundamentou-se na chamada Matemática Contemporânea (ADLER, 1970) que tem as seguintes características: 1) É a Matemática Clássica amadurecida; 2) É a Matemática Clássica tornada autoconsciente e autocrítica; 3) É também a Matemática Moderna, que se desenvolveu como um método mais eficiente de tratar o conteúdo da Matemática Clássica e, 4) É a Matemática cada vez mais intimamente relacionada com as atividades humanas na indústria, na vida social, na ciência e na filosofia.

Assim, os currículos de Matemática orientados pelo então denominado Movimento da Matemática Moderna possuem em seu interior a tentativa de garantir que os fundamentos acima descritos sejam ensinados desde tenra idade.

Para que esse objetivo fosse alcançado e entrasse nas escolas da Educação Básica, tal currículo foi elaborado por matemáticos e não por professores de Matemática e, encontrou respaldo na Psicologia, através dos resultados das pesquisas feitas em crianças de 7 e 8 anos por Piaget (1986), uma vez que tais resultados assemelhavam-se às estruturas-mães: algébricas, topológicas e de ordem propostas pelos bourbakistas<sup>2</sup>; davam importância ao papel dos conjuntos e referiam-se aos estudos da *análise genética das operações lógico-matemáticas e concretas*.

Ressalta-se ainda que os estudos de Piaget enfatizavam que:

as estruturas da “Matemática Moderna” estavam muito mais próxima das operações ou estruturas naturais da criança (ou sujeito) que as da Matemática Tradicional; a Matemática, ao ir remontando em direção às fontes, tinha chegado a certas “estruturas fundamentais da mente”; a reforma do ensino podia fazer-se em todos os seus níveis, porém não havia que se recorrer demasiado depressa às distintas etapas de desen-

---

<sup>2</sup> Grupo Bourbaki: grupo de jovens matemáticos franceses que se autodenominaram de Nicolas Bourbaki. Esse grupo tentou reescrever a Matemática do século XIX levando-se em conta três grandes estruturas: estrutura de ordem, estruturas algébricas e estruturas topológicas.

volvimento e, somente se podia axiomatizar sob determinadas condições prévias (HERNÁNDEZ, 1986, p. 34).

A materialização dessas ideias dá origem a um currículo que enfatiza os algoritmos. Prioriza-se o resultado do problema/exercício, conforme mostra o Quadro 1 (SOUSA, 1999):

Sob o ponto de vista pedagógico, o currículo do Movimento Matemática Moderna está fundamentado na “Pedagogia do Treinamento” (LIMA, 1998), a qual possui quatro momentos distintos: 1) Mostrar o conceito; 2) Demonstrar o funcionamento do conceito; 3) Treinar o conceito e 4) Avaliar o conceito.

Quadro 1. Temas gerais dos conteúdos curriculares de Matemática nos três níveis de ensino.

<b>Ensino Fundamental</b>	<b>Ensino Médio</b>	<b>Universidade</b>
Lógica e conjuntos; o Conceito de número; Medida; Espaço e formas	Estruturas Algébricas; Números; Polinômios; Álgebra linear e Geometria; Cálculo Diferencial e Probabilidade	Estudo da Matemática Moderna e Métodos matemáticos na ciência e na tecnologia

Fonte: Sousa (1999)

Aqui, o professor é executor. É treinado para ministrar uma Matemática Moderna que, muitas vezes, desconhece (SOUSA, 1999). O ensino é memorístico, focado nos guias curriculares e nos livros didáticos. Ao professor e aos estudantes coube apenas fazer operações com conjuntos e decorar as fórmulas, uma vez que, embora o currículo tenha sido orientado pela Teoria dos Conjuntos, a “vedete” do ensino dessa época é a álgebra.

Especificamente no Estado de São Paulo, o currículo da Matemática Moderna vai ser revisto na década de 80, quando pela primeira vez no Brasil, os professores são chamados a pensar o currículo que tinha como eixo a Resolução de Problemas. A álgebra deixa de ser o foco e transita nos três temas: Número, Medidas e Geometria, a partir do denominado “cálculo literal”.

Há de se considerar, ainda, que, nesta abordagem, a História da Matemática aparece timidamente.

Percebe-se uma mudança muito drástica entre o currículo originado durante o Movimento Matemática Moderna e o currículo proposto pelo estado de São Paulo. Faz-se necessário formar o professor para dar conta de ensinar as ideias que norteiam o novo currículo. É então que, ao invés de guias curriculares, os professores são convidados a conhecer os cadernos denominados “Atividades Matemáticas”, destinados aos professores que lecionavam Matemática nas séries iniciais e os cadernos denominados “Experiências Matemáticas”, destinados àqueles que lecionavam de quinta a oitava séries.

Nesse contexto, há preocupações da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) em avaliar as atividades antes de serem publicadas oficialmente. As atividades são pensadas por especialistas e desenvolvidas em salas de aulas, selecionadas pelas antigas Diretorias Regionais de Ensino (SOUSA, 1999).

Há de se destacar que, apesar de o currículo do Estado de São Paulo nos anos 1980, ser planejado pelos especialistas e contar com as reflexões da comunidade de professores das escolas da Educação Básica que ensinam Matemática, no que diz respeito à elaboração de atividades de ensino, os saberes dos professores são ignorados, uma vez que coube a estes profissionais apenas a aplicação de tais atividades. O especialista tem controle de todo o processo de elaboração e implementação do currículo. Coube a ele determinar quais atividades deveriam ser publicadas e que frequentariam as salas de aulas de todo o estado de São Paulo.

É nos anos 90 que percebemos preocupações, em âmbito nacional, em rever os currículos brasileiros. Lorenzato e Vila (1993) afirmam que a Matemática recomendável para o Século XXI deverá propiciar um ensino em que os estudantes possam:

revelar uma perfeita compreensão dos conceitos e princípios matemáticos; raciocinar claramente e comunicar efetivamente ideias matemáticas; reconhecer aplicações matemáticas no mundo ao seu redor e abordar problemas matemáticos com segurança (LORENZATO; VILA, 1993, p. 41-42).

Destacam ainda que há doze “Áreas de Habilidades Básicas” (LORENZATO; VILA, 1993) que deverão ser dominadas pelos estudantes da Educação Básica, conforme mostra o Quadro 2:

Quadro 2. As 12 “áreas de habilidades básicas” propostas por Lorenzato e Vila (1993).

Resolução de Problemas	Habilidades apropriadas de cálculo
Raciocínio matemático	Raciocínio algébrico
Comunicação de ideias matemáticas	Medidas
Aplicação da Matemática a situações da vida cotidiana	Geometria
Atenção para com a “razoabilidade” dos resultados	Estatística
Estimação	Probabilidade

Fonte: elaboração própria.

Nesta nova proposta o professor é convidado a pesquisar o ensino que teoriza e o ensino de matemática parece que fica mais próximo das questões sociais. Podemos constatar que essas ideias vão nortear os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), publicados no final dos anos 1990.

O eixo organizador do processo ensino e aprendizagem, explicitado no currículo dos anos 1990 é a Resolução de Problemas. Os elaboradores dos PCNs se preocupam em definir no documento os seguintes conceitos: situação problema; problema; resolução de problemas e conceito matemático, conforme mostra o Quadro 3:

Quadro 3. Conceitos e respectivas definições relacionados à proposta oficial para o ensino de Matemática no Brasil.

Situação problema	É o ponto de partida da atividade matemática e não a definição.
Problema	Certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório.
Resolução de Problemas	Se assemelha ao desenvolvimento da História da Matemática; Não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem
Conceito matemático	Se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações

Fonte: Elaboração própria

Entendemos que estas ideias que norteiam os currículos escolares brasileiros, desde o final dos anos 1990, presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais, ainda não consideram os nexos conceituais da aritmética, álgebra e geometria, ou ainda elos lógicos e históricos que ligam os conceitos matemáticos, apesar da História da Matemática ser indicada no documento oficial como Metodologia de Ensino.

### **O QUE VEM A SER O CONCEITO DE LÓGICO-HISTÓRICO?**

O conceito de lógico-histórico foi definido por Kopnin (1978) como forma de pensamento e, em nossos estudos a partir de 2004, temos defendido que o lógico-histórico pode se configurar como perspectiva didática a partir da elaboração de atividades de ensino de Matemática que considerem os nexos conceituais da Aritmética, Álgebra e Geometria.

Neste item, temos como intenção apresentar a definição mais geral do que vem a ser o lógico-histórico, fundamentação teórica tanto de algumas pesquisas que estão sob a nossa orientação, quanto das atividades de ensino propostas por Lima e Moisés (1998) e elaboradas por nós. As atividades de ensino a que estamos nos referindo são analisadas com os licenciandos e professores que ensinam Matemática, nas disciplinas que ministramos na graduação e em projetos de extensão.

Os elementos constitutivos do lógico-histórico estão diretamente relacionados aos conceitos de: totalidade, realidade, práxis, movimento, fluência, interdependência, mutabilidade, imutabilidade, momentos de permanência, relatividade, lógica, história, processo, conhecimento e pensamento; e das categorias: concreto e abstrato, conceito, juízo e dedução estudados por Kopnin (1978) e Kosik (2002) no que diz respeito à teoria materialista do conhecimento.

Tendo como referência essa teoria, constatamos que Caraça (1998) estuda o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, ao passo que Bohm (1980) estuda o desenvolvimento do conceito de matéria e Davydov (1982) o desenvolvimento do pensamento teórico.

Assim, ao estudarmos esses elementos, percebemos que o lógico-histórico do pensamento humano é, há algum tempo, objeto de estudo

de filósofos, matemáticos, psicólogos e por que não dizer, de todos aqueles que de alguma forma se preocupam com o conhecimento e com o “como” o homem entende, em sua subjetividade, tudo aquilo que “aprende” (KOPNIN, 1978; BOHM, 1980; KOSIK, 2002) da realidade que contém leis objetivas, elaboradas no ato da atividade cognitiva de si próprio.

Segundo Kopnin (1978, p. 53), “uma vez apreendidas, as leis do mundo objetivo se convertem em leis do pensamento, e todas as leis do pensamento são leis representadas do mundo objetivo”.

Dessa forma, “o mundo objetivo e suas leis interessam ao homem, não por si mesmos, mas como meio de satisfação de determinadas necessidades sociais” (KOPNIN, 1978, p. 61). Por isso mesmo, as leis são mutáveis quanto às necessidades sociais. Não são leis como entende a metafísica, algo determinista e imanente ao ser.

O pensamento humano busca formas que possibilitem a transformação contínua da realidade através de seu trabalho físico e intelectual durante a sua pequena trajetória ou viagem no universo, trajetória que designamos pelo nome de vida.

Entender o lógico-histórico da vida significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas; a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida, bem como compreender que tanto o lógico como o histórico da vida estão inseridos na lei universal, que é o movimento.

Assim, compreender o lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angústias, medos, aflições, ousadias, inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser.

## **O LÓGICO-HISTÓRICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Os estudos de Renshaw (1999) sobre o currículo elementar de matemática consideram os trabalhos de Vygotsky e Davydov. Mostram que toda a atividade humana está contextualizada em “um particular contexto histórico, cultural e institucional” e que ao implementarmos um currículo,

seria interessante considerar as análises: lógica, psicológica e didática, propostas por Davydov (RENSHAW, 1999, p. 10).

Renshaw (1999) entende que do ponto de vista da lógica, Davydov (1982) mostra que é possível estabelecer os conceitos fundamentais da matemática, que podem ser usados como uma base para o desenvolvimento conceitual subsequente. Quando trata da análise psicológica afirma que esta é necessária para que possamos estabelecer “as capacidades das crianças – o seu desenvolvimento, tanto das funções mentais inferiores como das superiores – que poderia ser aplicada para apreender os conceitos matemáticos fundamentais” ao passo que “a análise didática é necessária para criar procedimentos de ensino, poderosos o bastante para construir conexões entre os conceitos científicos (quer dizer, os conceitos matemáticos fundamentais) e os conceitos cotidianos do estudante” (RENSHAW, 1999, p. 3).

A partir de relações entre quantidades, Renshaw (1999) apresenta “experiências pedagógicas”, que se iniciam com as crianças elaborando “juízos quantitativos simples de objetos concretos” e terminam com as crianças “usando notação algébrica para representar relações quantitativas de uma maneira abstrata e generalizada” (RENSHAW, 1999, p. 4).

Para tanto, o pesquisador sugere os estudos de Davydov, pois tais estudos consideram o processo que se dá entre os conceitos cotidianos e os conceitos científicos. Não se constrói processo pedagógico sem a construção dessas conexões. Não há como ocorrer apropriação de conceitos científicos de forma automática.

Assim como o estudo de Renshaw (1999), defendemos que os conceitos matemáticos desenvolvidos no contexto da sala de aula podem ser entendidos como uma experiência pedagógica em que é possível analisar o movimento do pensamento aritmético, geométrico e algébrico sob dois pontos de vista da dialética lógico-histórica: forma de pensamento e perspectiva didática.

O ponto de partida das atividades de ensino de Matemática deveria considerar os movimentos regulares e irregulares que se apresentam no cotidiano dos professores-estudantes e o ponto de chegada considerar os conceitos científicos. Aqui, o conceito de movimento está atrelado à

fluência (CARAÇA, 1998), uma vez que na vida não existe o estático, o pronto e o acabado. Há sempre um *devoir*, um vir a ser.

Entendemos que, a partir da análise dos movimentos que estão em nosso cotidiano, é possível, juntamente com os professores que lecionarão Matemática na Educação Básica, construir linguagem e pensamentos aritméticos-algébricos-geométricos.

Para que possamos atingir a nossa intencionalidade, a de construir pensamento e linguagem com os professores, a partir da perspectiva lógico-histórica, desde 2004 estamos estudando e elaborando atividades de ensino que se fundamentam no movimento lógico-histórico da aritmética, álgebra e geometria, de forma que estas propiciem aos estudantes o estudo de movimentos a partir da linguagem comum, do senso comum, para que, através do pensamento flexível, possamos elaborar linguagem e pensamentos aritméticos, algébricos e geométricos.

Do ponto de vista do pensar aritmético, algébrico e geométrico entendemos ser necessário estudar os nexos internos que fizeram com que esses conceitos, ensinados em nossas escolas, chegassem ao refinamento atual.

Para isso, levamos em conta a Teoria de Conhecimento elaborada por Kopnin (1978), os estudos de Davydov (1982) sobre a generalização no ensino e dos teóricos que veem na história a possibilidade de entendimento dos nexos conceituais que compõem o movimento do pensar humano, dentre eles, a Matemática simbólica.

Kopnin (1978) e Davydov (1982) convergem para o mesmo sentido. Afirmam que a lógica de determinado conhecimento se constitui histórica. Portanto, fica muito difícil se referir ao conhecimento humano, sem considerar o desenvolvimento lógico-histórico que se apresenta nos conceitos lógico-formais. De modo geral, o lógico-histórico no ensino diário não é considerado.

Temos como intenção, quando tratamos da perspectiva lógico-histórica para o ensino de Matemática, relacionar Teoria de Conhecimento, Psicologia e Didática, a partir da perspectiva histórico-cultural. Para tanto, buscamos os estudos de Davydov (1982), conforme mostra o esquema na Figura 1.

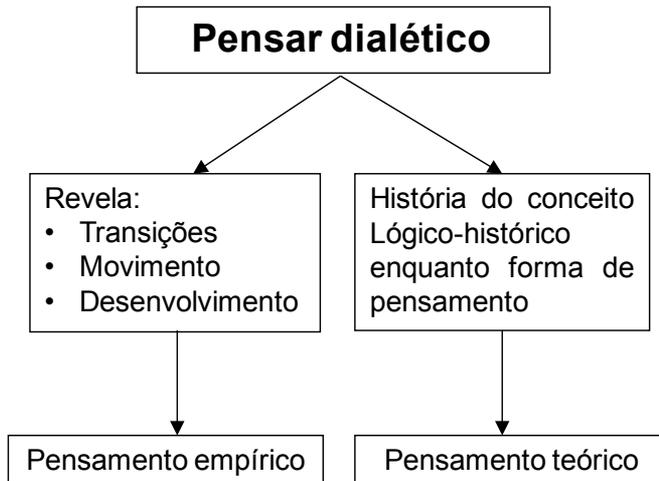


Figura 1: Representação esquemática do pensar dialético e seus desdobramentos nos campos empírico e teórico.

Fonte: elaboração própria.

Renshaw (1999, p. 3) afirma que assim como Vygotsky, Davydov se preocupou “com as mudanças subjetivas no indivíduo, produzidas pela apropriação” de ferramentas culturais consideradas como “meios de mediação” e que têm o poder de transformar “a relação do sujeito individual com o mundo social e físico”. Davydov (1982) argumentava que “a atividade educacional não é dirigida principalmente à aquisição de conhecimento, mas à mudança e ao enriquecimento do indivíduo”. Aqui, o autor nos aponta que, a aquisição do conhecimento pelo conhecimento não pode ser considerada uma atividade que promova a transformação e a aquisição do conhecimento pelo sujeito. Faz-se necessário criar práticas pedagógicas particulares onde os indivíduos possam conectar os conceitos cotidianos e os conceitos matemáticos ou científicos.

Ao tratar dos diversos tipos de generalização no ensino, Davydov (1982) aponta algumas rupturas existentes entre o ensino escolar dos conceitos e sua procedência. Há rupturas entre o pensamento teórico que se quer ensinar e sua procedência, sua gênese, sua história constituída pela humanidade, formalmente quando se ignora o lógico-histórico do conteúdo.

O tipo de pensamento que se projeta no sistema de ensino baseado na psicologia pedagógica e na didática tradicionais se fundamenta tão somente no pensamento empírico e no pensamento teórico. Nesse tipo de ensino, sugere-se que, a partir das sensações, as crianças elaborem pensamento teórico.

De modo geral, na maioria das salas de aula, o ponto de partida do conhecimento é a manipulação e a experimentação dos objetos e o ponto de chegada do conhecimento é o lógico-formal dos conceitos estudados.

Nesse contexto de ensino fica muito difícil para professores e estudantes se apropriarem do conhecimento científico ou matemático e fazer conexões com os movimentos de suas vidas. O importante aqui não é o processo, mas sim o resultado, uma vez que é no processo que há erros e acertos. Falta aqui o pensamento flexível. Há na sala de aula a predominância de um ensino que prima pelo treino das equações, inequações e funções, por exemplo.

A principal característica do pensamento empírico, afirma Davydov (1982), fundamentado em Kopnin (1978), está no fato de que este consiste no reflexo dos objetos, desde a ótica de suas manifestações e vínculos externos, exequíveis e acessíveis à percepção, contrapondo-se ao pensamento teórico que reflete os nexos internos<sup>3</sup> dos objetos e as leis de seu movimento. Os nexos internos dos objetos só se realizam em movimento. Os nexos internos dos objetos representam o processo.

Queremos aqui evocar o exemplo do estudo do conceito de ângulo feito nas escolas.

O pensamento empírico de ângulo é o que relaciona suas características perceptíveis como: a classificação dos ângulos relativa ao ângulo reto; a classificação de ângulos de uma figura plana etc. Essa abordagem não permite a generalização do conceito de ângulo.

Já o pensamento teórico de ângulo abrange estes aspectos perceptíveis de representação de ângulos, mas também a ideia de movimento relativo relacionado a ângulo, ângulo como posição, como medição de distância, como equilíbrio, como projeção, etc. Percebemos que há certa

---

<sup>3</sup> Nexos internos: são "elos" construídos historicamente que unem os conceitos. Na álgebra, por exemplo, alguns nexos internos são: fluência, interdependência, campo numérico e variável.

pobreza de raciocínio na abordagem empírica que a didática tradicional desenvolve.

Há de se ressaltar que, ainda que os pensamentos empírico e teórico advenham da atividade prática objetiva, produtiva, através do trabalho humano, o qual deve ser entendido como base do pensamento humano. Todas as formas do pensamento se constituem e funcionam “dentro dos modos historicamente formados dessa atividade, transformadora da natureza” (DAVYDOV, 1982, p. 280).

A leitura de Davydov (1982, p. 280) sobre os estudos de Engels faz com que afirme que “a base imediata e essencial do pensar humano é precisamente a modificação da natureza pelo homem e não a natureza mesma como tal. O homem desenvolve-se à medida que aprende a modificar a natureza”.

No processo de trabalho faz-se necessário que o homem não leve em conta apenas “as propriedades externas do objeto. Deve considerar, também, a medida de seu ‘rompimento’: tais conexões internas, cuja consideração permite modificar sua forma e atributos e fazê-los passar de um estado a outro” (DAVYDOV, 1982, p. 280).

Davydov (1982) afirma ainda que psicologia pedagógica tradicional não expressa a especificidade do pensar humano nem tampouco caracteriza o processo generalizador e formativo de conceitos, intrinsecamente relacionado com a investigação da própria natureza deles mesmos e tem como consequência disso, o fato de que o ensino dos conceitos na escola se efetua desvinculado de sua procedência.

Dessa forma ignora-se na escola tudo o que permite conhecer a gênese e a natureza dos conceitos por não estar em consonância com as suas possibilidades. A escola se limita a descrever o pensamento empírico-discursivo, em que a racionalidade é o elemento inevitável presente nas formas mais desenvolvidas do pensamento, dotando de consistência e certeza os conceitos.

Essa tendência presente nas práticas escolares leva a várias consequências negativas e a principal delas está no fato de que já na idade escolar cristalizam-se nos estudantes os componentes “do pensamento racional”, a partir do pensamento empírico.

Entendemos que, geralmente, nas escolas o ponto de partida é o pensamento empírico-discursivo e o de chegada é o pensamento teórico. Muitas vezes, o estudante manipula um determinado material didático, sob a orientação do professor com o intuito de, automaticamente, aprender uma fórmula, ou ainda obter certo pensamento teórico, sobretudo no que diz respeito às aulas de matemática, física e biologia.

As práticas que temos no sistema escolar fazem com que os estudos dos fundamentos da ciência e a presença de métodos de ensino dos mesmos sejam vistos numa ótica de perfeição, criando por si só uma série de condições objetivas para formar nos escolares o pensamento teórico.

Essa constatação faz com que as crianças não captem tanto a contraposição como a unidade, por exemplo, do fenômeno e da substância, da causa e do efeito, de atributos isolados do objeto e da integridade dos mesmos.

O professor, ao seguir tais normas, não pode, muitas vezes, destacar e consolidar em tempo nas crianças, os singulares movimentos do pensar, nas definições contrapostas.

Os métodos de ensino adotados não podem superar a espontaneidade na formação do pensar teórico das crianças, resultado inevitável do qual é o muito diverso nível e qualidade de sua integração real em uns ou outros estudantes.

As crianças saem da escola com a impressão de que os conceitos científicos que aparecem nos livros didáticos de forma linear, sem hesitação, estão prontos e acabados, são imutáveis, bastando-se a si mesmos. Aqui o conhecimento científico não tem história. É algo sem história, a-histórico, porque desaparece a atividade humana, desaparece a contribuição cultural dos povos em sua elaboração (CARAÇA, 1998).

Poucas crianças, as mais aptas, segundo os estudos de Krutetsky (1977), no que tange à matemática, conseguem fazer generalizações. Para a maioria dessas crianças, a generalização está relacionada com um longo processo comparativo de fatos similares e a associação gradual dos mesmos em certa classe ou operações do tipo discursivo empírico (DAVYDOV, 1982).

Se a escola não orienta a formação do pensamento teórico, a partir de considerações históricas, filosóficas que integram o pensamento flexível, ao insistir numa didática empírica de matemática que tem por objetivo a apreensão das teorias pelos estudantes, continuaremos a assistir ao fenômeno de seletividade: uma minoria reduzida entendendo matemática. Ou ainda, uma pequena minoria, por exemplo, ao manipular um determinado material, automaticamente vai fazer relação com uma fórmula de uma determinada equação.

Quando se exige que se mantenha o dito conteúdo somos conduzidos ao empirismo, que por sua vez exalta as percepções na forma de representações e leis gerais sem poder atribuir-lhes nenhuma transcendência, salvo a de que se contém e justifica na percepção.

Nos trabalhos de Davydov (1982) se considera o entendimento de Hegel sobre o estudo inicial das ciências e para as atividades cotidianas. Faz-se necessário ter como característica o “modo de pensar ingênuo”, que reproduz o conteúdo das sensações e da contemplação, sem tomar ainda consciência “da contraposição do pensamento dentro de si e a si mesmo”, sem reflexão interna.

A separação (análise) dos atributos “concretos” no mesmo objeto perceptível induz o passar da percepção direta ao pensamento e dá a esses atributos (definições) a forma de generalidade. O empirismo deixa ao pensamento “só a abstração, a generalidade formal e a identidade”, mas trata de reter nelas o mutável conteúdo concreto da contemplação, recorrendo às suas variadas “definições” diretas e baseando-se nas representações.

As características do raciocínio que descrevemos se apresentam no pensamento empírico (discursivo-empírico), cuja função principal consiste em classificar os objetos e estruturar um esquema estável de “índices”.

Esse tipo de pensamento tem dois caminhos: um “de baixo pra cima” e outro “de cima para baixo”.

O primeiro se baseia na abstração (conceito) do formalmente geral, em que sua substância não pode expressar em forma mental o conteúdo especificamente concreto do objeto, ao passo que no segundo caminho, o “de cima para baixo”, essa abstração vem saturada de imagens gráficas do

objeto correspondente, não como estrutura mental e sim como combinação de descrições ilustrativas e exemplos concretos da mesma.

Davydov (1982), fundamentado em Hegel, considera ainda que o pensamento é antes de tudo, pensar discursivo, não se detendo, contudo, nisso. Nem o conceito é tampouco mera definição de raciocínio.

Para ultrapassar os marcos do pensar discursivo faz-se necessário considerar a obra do pensamento racional ou dialético, o qual descobre no objeto sua autenticidade como ente concreto, como unidade das diferentes definições, que o raciocínio tem por verdadeiras em sua individualização, pois algo especulativo e abstrato é também, por sua vez, algo concreto, já que não se trata de unidade simples e formal e sim de unidade de definições diferenciadas (princípio da dialética).

O pensar dialético revela transições, o movimento e o desenvolvimento. Ao considerá-la podemos estimar as coisas “em si e para si, ou seja, de acordo com sua própria natureza”, onde radica o autêntico valor do pensamento dialético para a ciência. A lógica formal tradicional (lógica corrente) não reconhece os métodos do pensamento discursivo e sim o pensamento racional.

Há de se ressaltar que o processo constitutivo das formas de pensamento contém:

1. O processo objetivo da atividade humana;
2. O movimento da civilização humana e da sociedade como autêntico sujeito do pensamento.

Vale ressaltar que as debilidades fundamentais da psicologia infantil e pedagógica tradicionais estão radicadas na não consideração do pensamento do indivíduo como uma função historicamente desenvolvida do “autêntico sujeito” da mesma, assimilada por aquele.

Ao analisarmos a psicologia tradicional, percebemos a impotência do psicólogo “para compreender a ontogênese do pensamento científico, sem saber os valores essenciais de sua filogênese. O conhecimento de cujas regularidades requer sair do domínio da lógica histórica-objetiva”.

Essa lógica orienta corretamente as investigações psicológicas do processo formativo do pensamento nas crianças (DAVYDOV, 1982, p. 279).

Para se aperfeiçoar a instrução e entrar em consonância com os conhecimentos científico-técnicos deste século, supõe-se mudar o tipo de pensar projetado no sistema docente, aconselha Davydov (1982). Segundo o autor, o pensamento teórico, dialético, há de ser o novo “modelo”.

Ao se criar esse novo modelo faz-se necessário estudar, no mínimo, tarefas científicas de três níveis:

1. Uma minuciosa descrição lógico-gnosiológica do conteúdo, das formas e regularidades do pensamento dialético e de seu alcance atual;
2. A análise dos mecanismos psicológicos formativos desse tipo de pensar nos escolares e a descrição da atividade das crianças que lhes permitam aplicar-se aos meios fundamentais do pensamento teórico;
3. Criar manuais didático-metodológicos mediante os quais os alunos possam – ao estudar determinado sistema de conceitos – dominar as bases do pensamento teórico e de seus componentes.
4. Cada um desses três níveis tem sua problemática especial, mas todos estão inter-relacionados.

Estamos nos propondo em nossas pesquisas estudar aspectos dos níveis 1 e 3, do que Davydov (1982) denomina de tarefa científica, a partir de atividades de ensino de Matemática que articulem os nexos internos dos pensamentos numéricos e geométricos, por exemplo, de forma que possamos construir com os professores e estudantes pensamentos algébrico, geométrico e aritmético, através de uma minuciosa descrição lógico-histórica do conteúdo, das formas e regularidades do pensamento dialético e de seu alcance atual.

Dessa forma, estamos propondo que os professores, ao construir pensamento algébrico com estudantes do Ensino Fundamental, lancem mão do lógico-histórico algébrico enquanto ações pedagógicas, que envolve o desenvolvimento do conceito de variável, historicamente construído, conforme descrevem os esquemas na Figura 2 (a; b) e na Figura 3<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> No contexto lógico-histórico do pensamento algébrico há de se considerar a álgebra não simbólica e a álgebra simbólica. A álgebra não simbólica envolve o lógico-histórico das variáveis: palavra, figura e uma certa mistura entre palavra e figura, denominada de sincopação. A variável letra fundamenta a álgebra simbólica. O uso da letra representou uma nova álgebra. No contexto da álgebra palavras como, “ahá”, “coisa” representavam valores desconhecidos, porém, fazem parte da álgebra não simbólica.

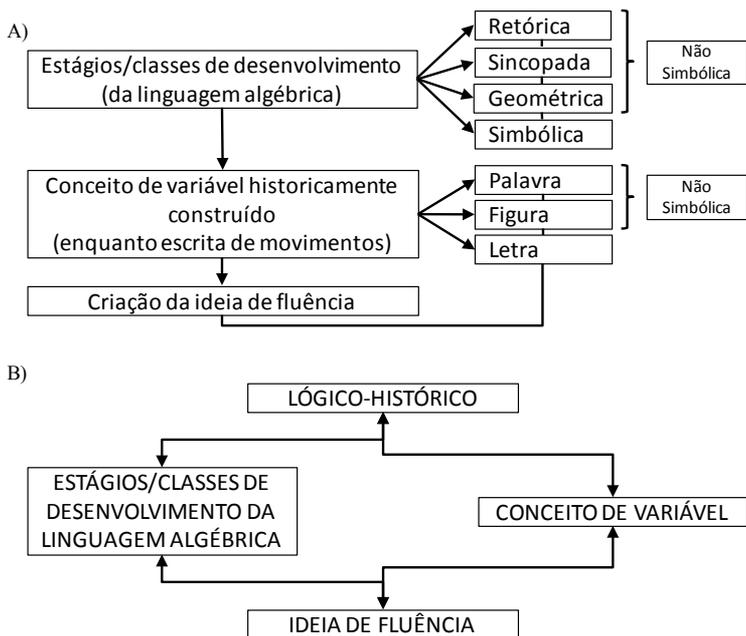


Figura 2 - Elementos que compõem a álgebra

Fonte: adaptada de Sousa (2004).

Consideramos que os nexos conceituais do pensamento algébrico envolvem: os conceitos de movimento, materializados nas variações quantitativas, destacando-se a variável palavra, a variável figura e a variável letra.

**A TOTALIDADE DA ÁLGEBRA É CONSTITUÍDA PELOS CONCEITOS DE:**

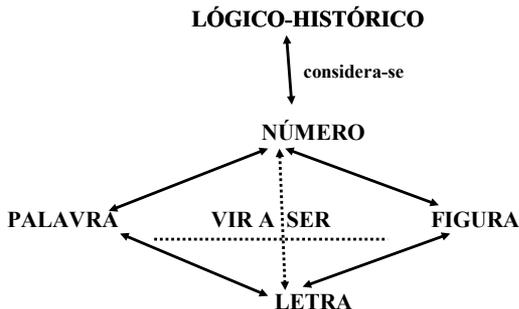


Figura3: Conceitos que constituem a totalidade da álgebra

Fonte: adaptada de Sousa (2004).

Em relação aos nexos conceituais da Aritmética e da Geometria, fizemos uma síntese nos esquemas abaixo (Figura 4 e Figura 5), a partir dos estudos de Lima (1998):

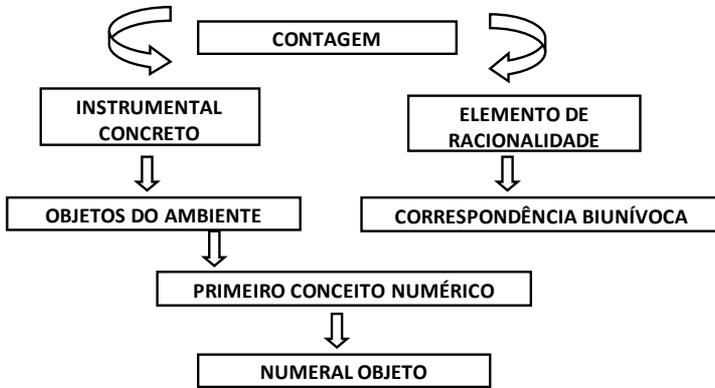


Figura 4: Nexos conceituais da Aritmética

Fonte: adaptada de Lima (1998).

Ao defendermos um ensino que considere os nexos conceituais da Matemática, estamos propondo um pensar dialético entre História da Matemática-Resolução de Problemas.

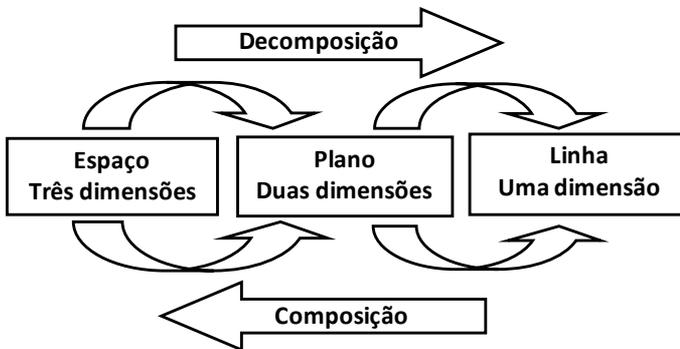


Figura 5: Nexos conceituais da Geometria

Fonte: adaptada de Lima (1998).

Neste sentido, a História da Matemática assume o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definições do conceito que permitam compreender a realidade estudada.

É nexó conceitual entre o pensamento empírico-discursivo e pensamento teórico, estudados por Davydov (1982).

A Resolução de Problemas tem identidade entre o conceito matemático e o movimento histórico de sua criação. É Metodologia de Ensino que desencadeia a busca de entendimento do conceito. Tem intencionalidade da ação pedagógica, uma vez que o problema está em movimento.

### **AS ATIVIDADES DE ENSINO NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA**

As ideias que apresentamos até o momento, com enfoque na perspectiva lógico-histórica, estão presentes na denominada “Pedagogia Conceitual”, que se contrapõe à Pedagogia do Treinamento.

A Pedagogia Conceitual (LANNER DE MOURA et al., 2003) tem como pressuposto que ensinar matemática é realizar um encontro pedagógico com o conceito, de forma que professores e estudantes compo-  
nham um movimento afetivo de entendimento de si mesmos, das coisas e dos outros, ao (re)criarem os conceitos científicos em suas subjetividades.

A partir desse pressuposto, entende-se que o movimento afetivo se constitui na sala de aula quando educador-aluno-conceito mantém-se sob a “tensão criativa” do desenvolvimento conceitual, ao problematizarem os nexos conceituais dos conteúdos estudados, a partir da dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.

Assim, enquanto a Pedagogia do Treinamento se preocupa com o indivíduo produtivo necessário à mecanização das forças produtivas e incorpora os mecanismos da repetição das formas abstratas dos conceitos científicos: a) trabalho enxuto, b) ênfase no fazer e c) redução do humano à máquina, a Pedagogia Conceitual se preocupa com o indivíduo produtivo e criativo, bem como com o desenvolvimento da inteligência e o emocional e incorpora a dinâmica de criação e desenvolvimento do conceito (LIMA, 1998):

1. Trabalho construtivo e criativo;
2. Saber fazer e saber pensar e
3. Integração do intelecto e do emocional no ser humano.

Assim, na Pedagogia do Treinamento, o pensamento e o conhecimento são fragmentados, ao passo que na Pedagogia Conceitual o pensamento dialoga com o conhecimento lógico, criativo, imaginativo, social, cultural e afetivo.

A Pedagogia Conceitual considera cinco momentos (LIMA, 1998), a saber: 1) Desconhecimento; 2) Autolocalização; 3) Tensão criativa; 4) Reordenação lógica e 5) Construção do conceito.

Lanner de Moura et al. (2003) definem o conceito como forma do movimento do pensamento, que objetiva, mediante a explicação pela linguagem lógica, a atividade do ser humano sobre a realidade em que, pelas condições do vir a ser, está inserido e se insere.

Ao mesmo tempo, a partir de Leontiev (1983), consideram a atividade como movimento de abstrair o resultado de ações antes mesmo de realizá-las, ações essas provocadas por necessidades reais, advindas da interação do homem com o meio, pela condição de nele viver. Os processos de formação da necessidade que se apresentam em nosso meio e que constituem a atividade mostram que o homem aprendeu a pensar, criando, historicamente, conceitos (KOPNIN, 1978). A necessidade é a mola propulsora que motiva a humanidade a elaborar atividades enquanto constrói os diversos conceitos que se apresentam em nossas vidas (LANNER DE MOURA et al., 2003).

Considerando que a definição mais geral da atividade tem por princípio mover os sujeitos a se entenderem e a entenderem a realidade mutante enquanto criam conceitos, no âmbito do ensino tal atividade deve permitir aos professores e estudantes pensarem sobre os conceitos científicos ensinados e aprendidos, os quais foram e são historicamente construídos pelos homens das mais diversas civilizações.

As atividades aí elaboradas na e para a sala de aula, denominadas atividades de ensino, devem, portanto, permitir aos envolvidos no processo, aprender a pensar criando conceitos num movimento semelhante ao da dinâmica da criação conceitual na história do conceito (LIMA; MOISÉS, 1997; 1998).

Isso não quer dizer que a Pedagogia Conceitual defende a ideia de que o conceito científico deva ser novamente criado, seguindo uma certa

linearidade histórica de fatos, todos os dias, em nossas escolas. O conceito que ensinamos é um construto social e já foi elaborado de forma lógica nos diversos momentos da trajetória humana.

O pensamento teórico, então, é elaborado pela humanidade enquanto se permite conhecer, a partir do conhecimento científico. Nesse sentido, a história deixa de ser factual e passa a ser compreendida como “possibilidade” (FREIRE, 1997) de entendimento do nosso próprio movimento de vir a ser; a partir da criação de conceitos. A história passa a ser o elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades que permitam compreender a realidade estudada.

O mesmo vai acontecer com os nexos conceituais que podem ser definidos como elos que ligam os pensamentos lógico e histórico; os pensamentos empírico e teórico; os conceitos matemáticos e o cotidiano, uma vez que são flexíveis porque têm movimentos diversos da vida.

A partir de Davydov (1982); Kopnin (1978); Caraça (1998) e Kosik (2002), afirmamos que os nexos conceituais elaborados historicamente, por meio de definibilidades próprias de cada indivíduo ou ainda de cada uma das civilizações, nos auxiliam a compreender a natureza do conhecimento científico, ao mesmo tempo em que nos permite conhecer a nós mesmos.

Assim, quando se trata de elaborar atividades de ensino, surgem questões diversas:

1. Como elaborar atividades de ensino que possam formar professores e estudantes de forma que os envolvidos possam pensar sobre o lógico-histórico do conhecimento científico?
2. Como elaborar atividades de ensino de matemática que proporcionem o surgimento de inesperados, de forma que os envolvidos possam compreender a realidade fluente da vida a partir da totalidade?
3. Como as atividades de ensino podem se tornar orientadoras, de forma que os envolvidos possam entender a realidade mutável a partir do conhecimento científico, dentre eles o conhecimento matemático?
4. Como ensinar os conteúdos matemáticos, de forma que estes não sejam tão fragmentados a ponto de os estudantes acharem que aritméti-

ca, álgebra e geometria são conceitos isolados que não têm nada a ver com a totalidade da Matemática? Com a totalidade da vida?

Partimos do pressuposto de que para ser orientadora, a atividade de ensino deve ser estruturada de forma que permita aos sujeitos interagirem, mediados pelos conteúdos e enquanto negociam significados, solucionem situações-problemas coletivamente (MOURA, 1998; 2001).

Nas dinâmicas de interações e nas situações-problemas faz-se necessário o pensar sobre a totalidade do conhecimento científico e a relação deste com os conteúdos específicos estudados. Nessa perspectiva, poderá haver o surgimento de inesperados, pois estes surgem a partir de situações conflituosas.

As propostas curriculares, conforme já apontamos, enfatizam o aspecto analítico e funcional dos conceitos matemáticos, pois priorizam o aspecto simbólico da Matemática, o qual representa o último estágio de rigor e de abstração do pensamento humano.

Pelo mesmo fato, as atividades de ensino são elaboradas priorizando-se o aspecto lógico-formal dos conceitos matemáticos. Aqui, a relação lógico-formal se apresenta apenas na intencionalidade de se ensinar, a partir de atividades, o rigor matemático como algo imutável, pronto e acabado. Tanto estudantes quanto professores não o (re)constróem para si, em sua subjetividade, na sala de aula.

A abordagem formalista presente no Movimento da Matemática Moderna, mesmo depois de quase 50 anos, parece que se materializa praticamente todos os dias em nossas escolas, no ensino dos conceitos matemáticos.

Há nessa abordagem uma fragmentação. O conceito descola-se de todo o movimento do pensamento que a compôs, dando a ideia a professores e estudantes de que essa abordagem se sustenta por si mesma. É como se os conceitos tivessem vida própria sem nenhuma relação com os pensamentos aritmético, algébrico e geométrico. Há a descaracterização do movimento do pensamento humano que a compôs. Perde-se a ideia de fluência presente nos conceitos que se quer ensinar.

Na Figura 6, o esquema apresentado sintetiza o conceito de atividade de ensino que estamos defendendo:

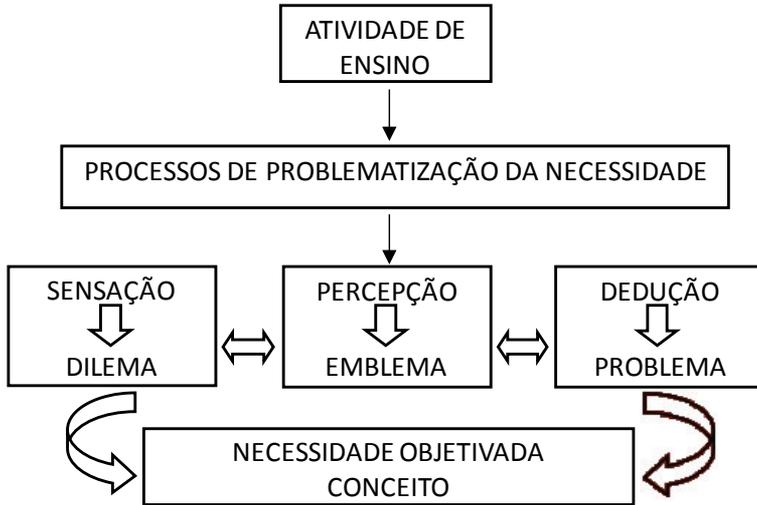


Figura 6: Representação esquemática de um conceito de atividade de ensino  
Fonte: adaptada de Lima (1998).

### UM EXEMPLO DE ATIVIDADE DE ENSINO: O QUE É UMA FUNÇÃO?

Para que licenciandos e professores que ensinam Matemática possam compreender melhor o que estamos denominando de atividade de ensino, na perspectiva lógico-histórica, a partir da leitura do capítulo intitulado “No reino das funções” de Karlson (1961), elaboramos a seguinte atividade sobre o conceito de Função (SOUSA, 2009). Ressalta-se que esta atividade tem frequentado as nossas aulas de Metodologia de Ensino, bem como algumas salas de aula que contam com a participação dos estagiários que estão sob nossa orientação (SOUSA, 2009):

I- Imagine a seguinte situação: O viajante na floresta põe um pé diante do outro – e a cada passada o caminho por ele vencido se acresce de uma nova porção. O trajeto guarda com o número de passos uma relação fixa e determinada.

- Resposta:
  - Quais são as grandezas que envolvem a interdependência desse movimento?
  - Qual a lei obedecida por esta interdependência? Expresse-a:

- a partir de uma frase;
  - a partir da matemática simbólica
- Localize a variável dependente e a variável independente desse movimento.

II- Suponhamos que o viajante distraído que caminha pela floresta seja um soldado em férias, que tem no sangue a cadência constante das marchas.

- Se o comprimento do passo desse soldado vale 0,75m, como poderíamos expressar a lei que rege o seu trajeto? Por quê?
- Nesta situação, qual será o campo de variação dessa lei? Por quê?
- Construa uma tabela com o trajeto possível do soldado.
- Se não quisermos medir o trajeto pelo número de passos e sim pela relação tempo e caminho percorrido, haverá mudanças na lei que estabelecemos anteriormente? Por quê?
- E quanto ao campo de variação? Explique.

III- O caminhante prossegue em sua marcha com velocidade constante, sem orientar o modo de andar pelo seu estado de ânimo. Suponhamos que em um segundo o homem percorre  $1 \times 1,5$  metros; em dois,  $2 \times 1,5$  metros; em três,  $3 \times 1,5$  metros e, assim por diante:

- Como expressar a lei desse movimento?
- Qual será o campo de variação?
- Como representar esse movimento a partir de uma tabela?
- Como dispor esses dados em um gráfico?

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos últimos 50 anos os currículos de Matemática brasileiros sofreram algumas mudanças, porém, ao que parece, professores e estudantes ainda sofrem as consequências das ideias que fundamentaram o Movimento Matemática Moderna, em que o professor era mero executor de propostas não pensadas por ele.

Ao mesmo tempo, em termos metodológicos há ainda resquícios da Pedagogia do Treinamento. A Pedagogia Conceitual ainda não frequenta boa parte das escolas, considerando-se que os nexos conceituais da aritmética, álgebra e geometria não frequentam a sala de aula, logo, as atividades de ensino de Matemática são formais e desconectadas da realidade e não consideram os aspectos lógico-históricos dos conceitos matemáticos.

O lógico-histórico na sala de aula e, conseqüentemente, no currículo de Matemática da Educação Básica, tem como principal função auxiliar o pensamento a movimentar-se no sentido de encontrar as verdades, a partir de definibilidades próprias do conceito.

Aqui a história assume o papel de elo que liga a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito, que permitam compreender a realidade estudada. Há a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos. Não se apresentam, aos estudantes, os conceitos prontos e acabados. Convida-se o estudante a pensar sobre tais conceitos.

Entendemos que as aulas de matemática devem ter como objetivo convidar o estudante a humanizar-se pelo conhecimento matemático. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito; no nosso caso, com o conceito algébrico.

Ao fazermos tal afirmação estamos de braços dados com todos os teóricos e pesquisadores, que defendem a ideia de que o formar-se homem acontece desde o momento em que o pensamento começa a movimentar-se para entender o mundo na lida do dia-a-dia.

O entendimento do mundo e de nós mesmos, pelos conceitos matemáticos permite-nos entrar em contato com a concreticidade e a abstratividade dos conceitos.

## REFERÊNCIAS

- ADLER, I. *Matemática e Desenvolvimento mental*. São Paulo: Cultrix, 1970.
- BOHM, D. *A totalidade e a ordem implicada*. 12. ed. São Paulo: Cultrix, 1980.
- CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da Matemática*. Portugal: Gradiva, 1998.
- DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.
- FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 6. ed. Paz e terra, 1997. (Coleção Leitura).
- HERNÁNDEZ, J. (Org.). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. 3. ed. Madrid: Alianza Editorial, 1986
- KARLSON, P. *A Magia dos Números: a matemática ao alcance de todos*. Globo, 1961. (Coleção Tapete Mágico XXXI).
- KOPNIN, P. V. *A Dialética como Lógica e Teoria do Conhecimento*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- KOSIK, K. *Dialética do concreto*. 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.
- KRUTETSKY, V. A. Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes com pouca capacidade para as matemáticas. In: VYGOTSKY, L. et al. *Psicologia e Pedagogia: investigações experimentais sobre problemas didáticos específicos*. Lisboa: Editorial Estampa, 1977. (Biblioteca de Ciências Pedagógicas).
- LANNER DE MOURA, A. R. et al. Movimento conceitual em sala de aula. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CIAEM), 6. , 2003, Blumenau. *Anais...* Blumenau/SC, 2003, p. 13-17.
- LEONTIEV, A. N. *Actividad, consciencia, personalidad*. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.
- LIMA, L. C. Da mecânica do pensamento ao pensamento emancipado da mecânica. In: PROGRAMA INTEGRAR. *Caderno do Professor: trabalho e tecnologia*. CUT/SP, 1998, p. 95-103.
- LIMA, L.; MOISÉS, R. P. *A teoria dos campos numéricos: a longa marcha da criação numérica*. São Paulo: CEVEC/CIART, 1997.
- \_\_\_\_\_. *Apostila básica de matemática*. Mogi das Cruzes/ SP: FAEP, Universidade de Mogi das Cruzes/SP; São Paulo: Secretaria de Estado da Educação, Projeto de Educação Continuada, Pólo 3, 1998.

LORENZATO, S.; VILA, M. C. Século XXI: qual matemática é recomendável? *Revista Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, p. 41-50, 1993. Disponível em: <[http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29#Submissões\\_para\\_número\\_Temático\\_2010](http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29#Submissões_para_número_Temático_2010)>. Acesso em: 13 jun. 2010.

MOURA, M. O. A educação escolar como atividade. ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO (ENDIPE), 4. , 1998, Águas de Lindóia, SP. *Anais... Águas de Lindóia*, 1998.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning Ltda, 2001.

PIAGET, J. La iniciación Matemática, Las Matemáticas Modernas y La psicología del niño. In: HERNÁNDEZ, J. (Org.). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. 3. ed. Madrid: Alianza Editorial, 1986, p. 182-186.

RENSHAW, P. D. A teoria sociocultural de ensino-aprendizagem: implicações para o currículo no contexto australiano. *Cadernos pedagógicos*, Porto Alegre, n. 18, 1999. (Secretaria Municipal de Educação).

SOUSA, M. C. *A percepção de professores atuantes no ensino de matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

\_\_\_\_\_. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental*. Faculdade de Educação. UNICAMP/SP. Tese de Doutorado, 2004

\_\_\_\_\_. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica, *Bolema*, Rio Claro, n. 32, p. 82-100, 2009.

