Sobre o Ensino de Números Racionais em sua Representação Fracionária:

uma Proposta de Tratamento Metodológico

José Carlos Miguel

Como citar: MIGUEL, José Carlos. Sobre o Ensino de Números Racionais em sua Representação Fracionária: uma Proposta de Tratamento Metodológico. *In:* MIGUEL, José Carlos; REIS, Marta dos. **Formação Docente:** perspectivas teóricas e práticas pedagógicas. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2015. p. 97-116.
DOI: https://doi.org/10.36311/2015.978-85-7983-649-7.p97-116

Sobre o Ensino de Números Racionais em sua Representação Fracionária: uma Proposta de Tratamento Metodológico

José Carlos Miguel[1]

Introdução

Entre os conteúdos abordados no ensino de Matemática na educação básica, a noção de número racional sob a forma fracionária tem se revelado como um dos mais áridos e com maior dificuldade de compreensão pelos alunos.

De forma geral, esse conteúdo tem sido tratado mediante a abordagem de estratégias de cálculo e técnicas operatórias memorizadas à custa de grande esforço. Acrescente-se a isso a pouca durabilidade de retenção dos resultados e a conclusão se estabelece como óbvia: eles não construíram de fato o conceito de fração.

No contexto brasileiro, o trabalho com o conceito de número racional em sua representação fracionária se inicia, de modo formal, ao final do primeiro segmento do ensino fundamental, ou seja, por volta do 4º ano e se estende até o 7º ano. Entretanto, não é raro encontrarmos alunos com sérias dificuldades no trato com as frações ao longo de toda a educação básica.

[1] Professor Assistente Doutor junto ao Departamento de Didática da Faculdade de Filosofia e Ciências da Unesp, Campus de Marília.

Também é fácil constatar que os docentes que atuam na escolarização elementar (1º ao 5º ano do ensino fundamental) costumam utilizar as situações de relação entre parte e todo como o principal contexto para o ensino do número racional absoluto na forma fracionária. Contraditoriamente, é certo que tanto os professores quanto os alunos desse nível de ensino se deparam com várias outras situações envolvendo a noção de fração tais como as ideias de razão, de quociente indicado ou de multiplicador. Em relação à ideia de multiplicador ou operador, esta se revela um grande problema conceitual para os alunos posto que até então ao multiplicar uma grandeza por um número maior ela sempre aumentava. Agora, ao multiplicar uma grandeza por um uma fração, o resultado pode ser menor que o valor inicial.

Estudar situações pedagógicas que possam favorecer a compreensão dos conceitos e idéias envolvidos na constituição da noção de fração é o objetivo deste artigo, estabelecendo relações entre eles e indicando perspectivas para uma ação pedagógica que possa conduzir à minimização do uso de técnicas operatórias nem sempre compreendidas pelos educandos.

A base conceitual

Com base em nossa experiência na educação básica e na formação inicial e continuada de professores, constatamos que embora os docentes tenham competências para lidar com as diversas situações didáticas que envolvem o conceito de fração, em especial, nas séries iniciais, prevalece uma abordagem que não contempla os diferentes significados de fração. Constata-se certa confusão conceitual na representação numérica de situações de fração e de razão, restringindo-se à percepção e ao significado da relação parte-todo. Prevalece um trabalho com as grandezas contínuas[2] e praticamente não se observa um trabalho com as grandezas discretas.

É nossa crença que os processos de argumentação e elaboração de conhecimento são indissociáveis e que se ampliam à medida que se propicie nas aulas de Matemática um ambiente de comunicação de ideias. E que a

[2] Grandezas discretas: aquelas que são formadas por uma unidade ou partes separadas umas das outras. Por exemplo: livros numa estante ou camisetas numa gaveta. Grandezas contínuas: aquelas que são formadas por partes não separadas umas das outras. Por exemplo: a área de um pátio ou o volume de uma caixa de água.

abordagem do tema Números Racionais, desde as séries iniciais do ensino fundamental, propicia um trabalho pedagógico que pode articular o debate sobre temas relevantes para a formação do pensamento autônomo e contribuir para que os estudantes compreendam como os conteúdos matemáticos abordados em sala de aula se relacionam com as questões cotidianas.

Abordar o tema Números Racionais não deve significar apenas evidenciar a definição de termos, algoritmos e regras de cálculo para resolução de problemas. Trata-se de situar o aluno no contexto de desenvolvimento da capacidade de coordenar ações, estabelecendo relações entre fatos e coisas, com vistas ao desenvolvimento da atitude investigativa e a lograr o prazer da descoberta. O propósito é incentivá-lo a construir idéias, a refletir e a tirar conclusões, pelo envolvimento em um processo de negociação de significados e de produção de sentidos de aprendizagem.

Uma abordagem dessa natureza deve considerar elementos da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) segundo a qual um conceito é formado por uma terna que envolve uma gama de situações que dá significado ao objeto em questão; um elenco de invariantes que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto e um arcabouço de representações simbólicas as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

A contribuição de Vergnaud é importante porque nos permite compreender situações evidentes no contexto do trabalho com dados fracionários no ensino fundamental. Assim, os invariantes podem ser implícitos, ou seja, as propriedades do objeto e os procedimentos para resolvê-los são conscientes para o sujeito, ou explícitos, isto é, o sujeito faz uso correto dos procedimentos, porém não têm consciência das propriedades que sustentam o procedimento que ele próprio usou para resolver o problema.

Nunes (2003) estabeleceu que uma aprendizagem do conceito de fração pode obter maior sucesso quando se explora esse conceito em seus cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente indicado, razão e operador multiplicativo. A exploração destes significados se revela fundamental posto que consolida as bases conceituais de um trabalho que, além de possibilitar a continuidade de estudos dentro da própria Matemática, consolida-se como tema de grande aplicação nas demais ciências e na interpretação de dados concretos da realidade socioeconômica.

Essa postura docente de explorar diferentes formas ou esquemas de abordagem de uma dada informação, ou especificamente, de resolver um problema com dados fracionários, também encontra respaldo na perspectiva teórica de DUVAL (2003). Para esse autor, só é possível compreender ou apreender a Matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemático, ou seja, o aluno precisa mobilizar tais representações para verdadeiramente conhecer. Isso impõe a conversão instantânea de um objeto matemático em outra representação de outro sistema semiótico, que for mais significativo do ponto de vista cognitivo, para a efetiva resolução de um determinado problema. Denomina-se função semiótica à capacidade que um indivíduo tem de produzir imagens mentais de objetos ou ações e fazer as suas representações.

A rigor, é a função semiótica que possibilita o pensamento, fato que também encontra respaldo no pensamento vygotskyano, posto que para ele o desenvolvimento das representações mentais está associado à interiorização de representações semióticas iniciada pela língua materna. Sem embargo, as dificuldades dos alunos para compreender as ideias envolvidas nas frações estão relacionadas ao fato de que os professores, embora saibam lidar, de maneira geral, com dados fracionários, não têm explícitos os seus invariantes, bem como não têm claro os diferentes significados que as frações assumem, fato que os conduzem a difundir estratégias limitadas de ensino para auxiliar seus alunos na busca de superação de falsas concepções sobre a lide com as frações.

Tais formulações nos permitem situar nestas questões as reflexões que se fazem necessárias para se estabelecer maior aproximação entre o ideário pedagógico do docente e a zona de desenvolvimento proximal dos alunos no sentido que se deve a Vygotsky (1988). Esta adequação didática e pedagógica dificilmente se estabelece sem uma relação dialógica entre professor e aluno, colocando-se o professor como irrequieto investigador das ideias e concepções dos alunos acerca das frações.

Duval (2003) se mostra preocupado com esta situação e ao avançar na discussão, assegura que não se deve confundir um objeto com a sua representação. Assim, o desenho de uma circunferência, a própria palavra circunferência ou a equação da circunferência constituem representações distintas que se referem ao objeto conceitual circunferência, mas nenhuma delas é a circunferência de fato, apenas a representam. Sem dúvida, são os registros que permitem o acesso ao objeto e ao tratamento do objeto.

Ele estabelece, ainda, que a compreensão da informação ou da atividade matemática se situa na mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação, ou na possibilidade de trocar a qualquer momento de registro de representação. A coordenação de pelo menos dois registros de representação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

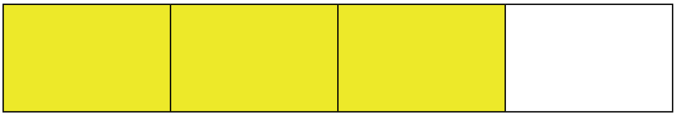
É a partir do 4º ano do ensino fundamental que os estudantes têm seus primeiros contatos com o número racional em sua representação fracionária. Partindo de situações relacionadas à divisão, a criança percebe que há problemas que admitem como resposta um número natural e problemas que exigem outro tipo de número como resposta. Desse modo, 6: 3 = 2, mas como representar 2: 5 ou 5: 3?

Após várias experiências de repartir grandezas em partes iguais, é que o símbolo a/b pode ser associado ao quociente do número a pelo número b em situações nas quais $a > b$, $a < b$ ou $a = b$, sendo o número b diferente de zero face à impossibilidade operatória da divisão por ele.

Tendo como objetivo evitar o uso excessivo de regras, um trabalho significativo com o conceito de número racional em sua forma fracionária deve propiciar aos alunos a oportunidade de manipular materiais variados, que permitam a elaboração dos conceitos mediante a experimentação e a verificação de hipóteses levantadas ante situações matemáticas apresentadas de forma conveniente. É o que apresentaremos na sequência.

Explorando grandezas contínuas

Como já apontamos, o trabalho com as grandezas contínuas é muito comum na abordagem inicial do conceito de fração. Em geral, apresenta-se aos alunos uma grandeza para ser dividida em determinado número de partes e considerar algumas delas. Por exemplo, dividindo uma folha de sulfite em quatro partes e considerando-se três partes teremos a fração 3/4 (três quartos).



Essa situação matemática não acarreta grande dificuldade para as crianças. O problema pedagógico que se coloca é que ao considerar apenas essa situação, o professor geralmente desconsidera outra igualmente importante e de maior rigor para justificar a necessidade da representação fracionária com vistas à definição de um sentido para a operação 3: 4. E instala-se um conflito cognitivo que pode ser abordado colocando-se uma situação matemática do tipo: "Repartindo-se 3 folhas de sulfite entre 4 crianças, qual fração da folha corresponde à parte que cabe a cada uma delas? "

São basicamente duas as soluções que as crianças apresentam para este problema:

A	**B**	**C**	**D**
A	**B**	**C**	**D**
A	**B**	**C**	**D**

Divide-sem cada folha em 4 partes iguais e dá uma parte de cada folha para cada criança. Então, cada criança recebe 3/4 da folha de sulfite

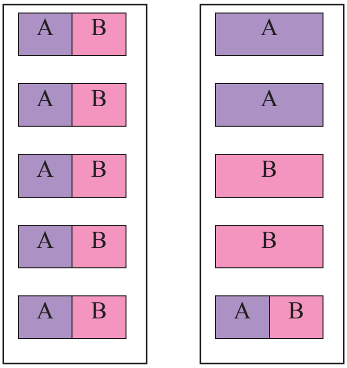
A	**A**	**A**	**B**
B	**B**	**C**	**C**
C	**D**	**D**	**D**

Divide-sem cada folha em 4 partes iguais e dá 3 partes em sequência cada criança. Cada uma das crianças recebe 3/4 da folha de sulfite

É importante conduzir os alunos a estabelecerem que 3: 4 = 3/4.

Outra situação matemática que precisa ser abordada no trabalho inicial com as frações é solicitar aos alunos que repartam 5 folhas de sulfite entre 2 pessoas, por exemplo. Poderão surgir soluções como:

1ª solução 2ª solução

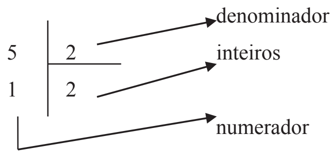


Na primeira solução, o aluno divide cada folha em duas partes porque são duas pessoas e cada pessoa ganha 5 metades de folhas ou $\frac{5}{2}$ folhas.

Na segunda solução, o aluno distribui 2 folhas para cada pessoa e divide a folha restante em duas partes, dando metade para cada uma. Cada pessoa recebe duas folhas e meia, ou seja, $2\frac{1}{2}$ folhas.

Pode-se concluir que $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

É pela exploração de situações análogas que o professor pode lograr a formação dos conceitos de fração própria, fração imprópria e fração mista ou número misto. Isso permitirá ao professor atribuir sentido para a transformação de uma fração imprópria em número misto, geralmente apresentada aos alunos como uma técnica operatória que eles executam mecanicamente, sem compreensão.



Em geral, é dito aos alunos para dividirem um número pelo outro e que o quociente é a quantidade de inteiros, o resto é o numerador da parte fracionária e o divisor é o denominador: $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

É com base em atividades práticas dessa natureza que o aluno pode lograr descobrir as diferentes representações para um mesmo número racional, podendo, ainda, ao longo do desenvolvimento cognitivo, atribuir um sentido para a escrita aditiva ou para a multiplicação de um número natural por uma fração. Assim:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \text{ X } \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

Atente o leitor, no entanto, que não cabe considerar a multiplicação sempre como uma soma reiterada de parcelas iguais, como acontece no campo dos números naturais. Isso se verifica apenas no contexto da multiplicação de um número natural por uma fração, como bem indica o exemplo.

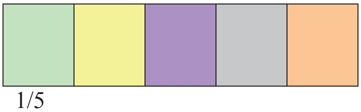
Explorando grandezas discretas

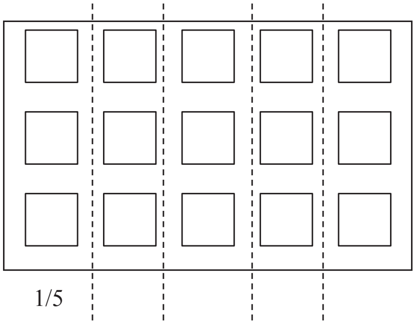
Parece consenso que, didaticamente, é mais produtivo iniciar a abordagem das frações pela divisão de grandezas de natureza contínua posto que para indicar a porção obtida a partir da divisão, só se poderá usar, nesse momento, uma representação fracionária.

Nossa perspectiva metodológica avança para além dessa escolha de natureza didática: o fato é que a escola pouco trata das grandezas contínuas quando trabalha a formação inicial do conceito de número racional sob a forma fracionária. Essa ideia aparece tardiamente nos programas de ensino das séries iniciais do nível fundamental, quando, após um extenso trabalho com as frações, se apresentam aos educandos os ditos problemas com dados fracionários. Sob o nosso ponto de vista, ocorre aqui um grave equívoco de natureza metodológica porque os alunos vivenciam situações cotidianas que envolvem ambas as concepções, antes de ingressarem na escola, o que não é por ela referendado.

No caso das grandezas discretas, para além da representação fracionária, a qual indica o tamanho da porção destacada, intervém, também, um número natural quantificando os elementos da coleção que ficam em cada uma dessas porções.

Para exemplificar, seja uma tira de cartolina a ser dividida em cinco partes iguais. Cada parte da folha corresponde a 1/5 da tira. Consideremos, também, uma coleção com 15 selos quaisquer. Se dividirmos os selos entre cinco crianças, a porção resultante também será representada por 1/5, mas nesse caso é possível indicar o total de selos em cada terço como um número natural (3).





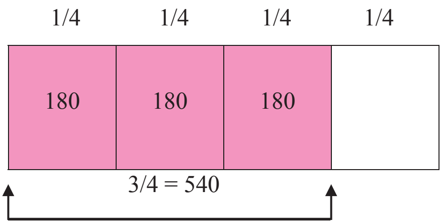
A partir do estabelecimento dessa nova ideia acerca das frações é interessante propor a resolução de problemas que possam ser explorados mediante o uso de esquemas ou de desenhos. Seja, por exemplo, calcular 2/3 de 12 reais:

1/3 1/3 1/3

Se 1/3 $\longrightarrow$ 12 : 3 = 4, então 2/3 $\longrightarrow$ 2 X 4 = 8.

Observe que é absolutamente desnecessário o procedimento, comum nas salas de aula de ensino fundamental, de "dividir pelo número de baixo e multiplicar pelo número de cima". No encaminhamento metodológico que propomos, a ênfase é no raciocínio lógico e na busca de desenvolvimento da capacidade de representação semiótica. No procedimento usual nas salas de aula de ensino fundamental, a ênfase é na memorização e na repetição.

Esse esquema pode ser melhorado e ter o seu alcance ampliado para resolver problemas envolvendo grandezas maiores. Fosse, por exemplo, calcular 3/4 de 720 reais. Por óbvio, seria oneroso desenharmos 720 moedas. Mas poderíamos adotar o seguinte procedimento:



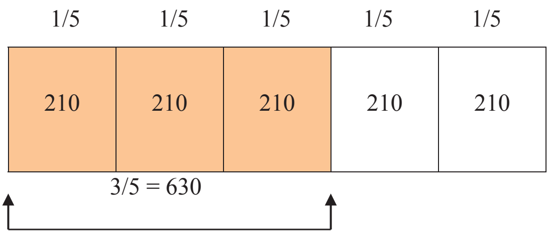
Na prática, procedemos assim:

1/4 → 720 : 4 = 180

3/4 → 3 X 180 = 540

Além disso, esse raciocínio funciona para resolução de qualquer problema análogo a este. Não é o caso do procedimento escolar discutido anteriormente, de dividir pelo de baixo e multiplicar pelo de cima. No caso de se calcular o salário de uma pessoa sabendo que 3/5 dele correspondem a 630 reais, é comum alguns alunos darem como resposta 366 reais e nem perceberem o absurdo do que afirmam: como um salário pode ser de 366 reais e 3/5 dele totalizarem 630 reais? Entretanto, essa responsabilidade não é do aluno visto que apenas aplica a regra que lhe ensinaram, sem nenhuma compreensão do significado.

Esse problema poderia ser assim representado:



Na prática:

1/5 → 630 : 3 = 210

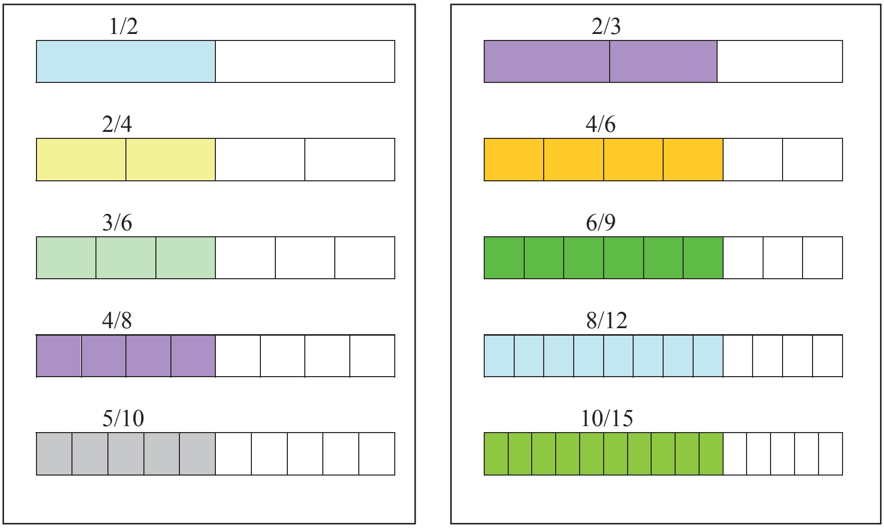
5/5 → 5 X 210 = 1050

5/5 → 5 X 210 = 1050 reais

Registre-se que em casos como este, a regra difundida na escola deveria ser invertida, dividindo pelo de cima e multiplicando pelo de baixo, o que se tornaria uma confusão generalizada para o aluno que nem sempre consegue fazer, nesse estágio de desenvolvimento cognitivo, a distinção do que se pede na manipulação da relação entre parte e todo. Ademais, se a técnica operatória não funciona para todos os casos, não há que se ensiná-la.

A abordagem do conceito de equivalência de frações

Usando cartolina de cores diferentes é possível trabalhar com as crianças a noção de equivalência de frações, com alguma facilidade.



Por justaposição das peças, conduzir os alunos às conclusões:

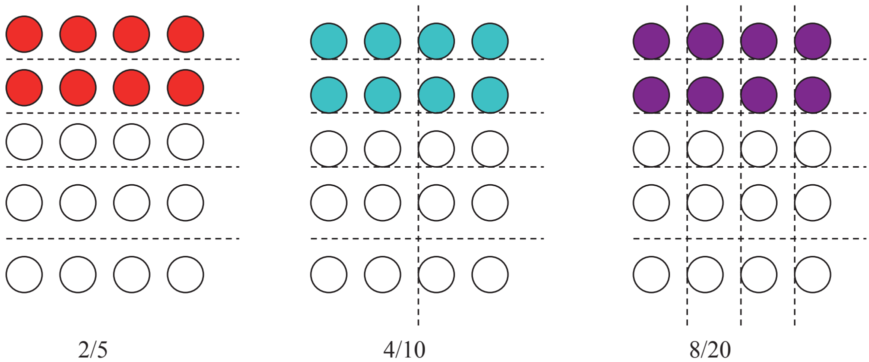
1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 5/10 = ... (Classe de equivalência da fração 1/2).

2/3 = 4/6 = 6/9 = 8/12 = 10/15 = ... (Classe de equivalência da fração 2/3).

Na prática, trata-se de multiplicar cada termo da fração (numerador e denominador) pela sequência dos números naturais diferentes de zero: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ..., etc. para se obter a classe de equivalência da fração dada.

A abordagem da equivalência entre frações é importante não somente para a formação do próprio conceito de número racional sob a forma fracionária, ampliando a sua abrangência, como para a compreensão das operações com números fracionários.

Por isso, aqui também é importante explorar tanto as grandezas contínuas, como nos exemplos acima, quanto as grandezas discretas, como segue.



Observe que 2/5 = 4/10 = 8/20 e significam, em cada representação, um total de 8 bolinhas.

A exploração de situações como estas permitirá aos alunos perceberem que um mesmo número racional pode ser representado por diferentes frações, ou seja, frações equivalentes embora representadas por formas numéricas diferentes, representam a mesma parte de um todo.

De fato, a ideia de número racional sob a forma fracionária, enquanto uma classe de equivalência é bastante abstrata e exige um bom número de experiências matemáticas para ser, progressivamente, construída pelas crianças.

Comparando frações

A ação de comparar números fracionários deve se apoiar em materiais concretos uma vez que os alunos, ainda habituados com as ideias relativas aos números naturais, consideram maior a fração que apresenta um dos termos (ou ambos) maior que o correspondente na outra fração. Para eles, 2/5 é maior que 1/2, por exemplo.

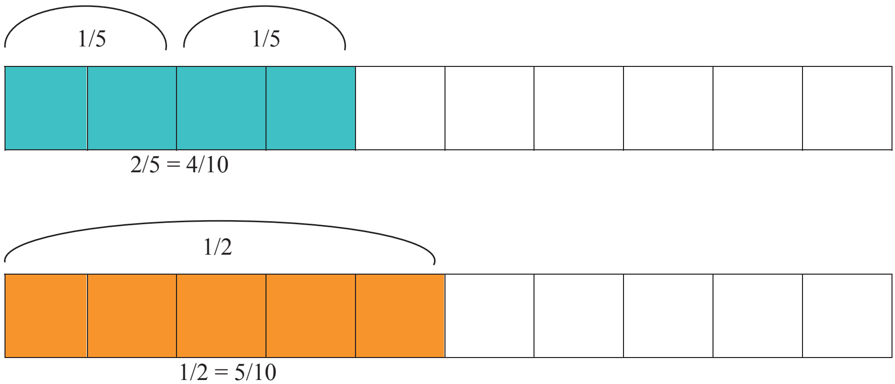
Essa situação matemática, de comparar 2/5 e 1/2, pode ser explorada como se apresenta a seguir, utilizando a noção de equivalência de frações.

"Em dois terrenos de tamanhos iguais foram construídas residências de tamanhos diferentes. Em um deles, foram ocupados 2/5 do terreno e, no outro, 1/2 terreno. Qual terreno tem a menor área ocupada? "

2/5 = **4/10** = 6/15 = ...

1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = **5/10** = 6/12 = ...

A fração 2/5 corresponde a 4/10 e a fração 1/2 corresponde a 5/10. Então, 2/5 < 1/2. De fato:



Efetuando operações com frações

As operações com frações devem ser tratadas a partir de situações matemáticas concretas com vistas à condução do aluno à interpretação e à compreensão das técnicas operatórias. As técnicas operatórias não devem constituir o ponto de partida do trabalho, mas o ponto de chegada. De início, é importante trabalhar com situações cotidianas e com as frações mais usuais para encaminhar a generalização mediante as regras ao final do processo de formação desses conceitos.

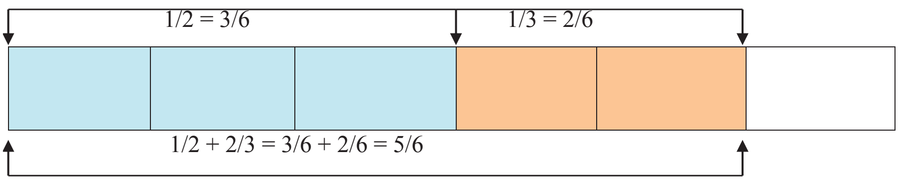
1) Um professor digita a metade de um texto em um determinado dia. No dia seguinte, ele digita o equivalente à terça parte do mesmo texto. Qual fração do texto ele digita nesses dois dias?

O problema envolve a ideia de juntar (somar) a fração 1/2 com a fração 1/3. Para tanto, vamos nos valer do conceito de equivalência posto que as frações têm denominadores diferentes, o que dificulta a representação.

1/2 = 2/4 = **3/6** = 4/8 = 5/10 = 6/12 = .. (Classe de equivalência da fração 1/2).

1/3 = **2/6** =3/9 = 4/12 = 5/15 = .. (Classe de equivalência da fração 1/3).

As frações 3/6 e 2/6, em destaque, são respectivamente equivalentes a 1/2 e 1/3 e possuem o mesmo denominador. Agora é fácil representar a soma porque ambas as frações têm denominadores iguais:

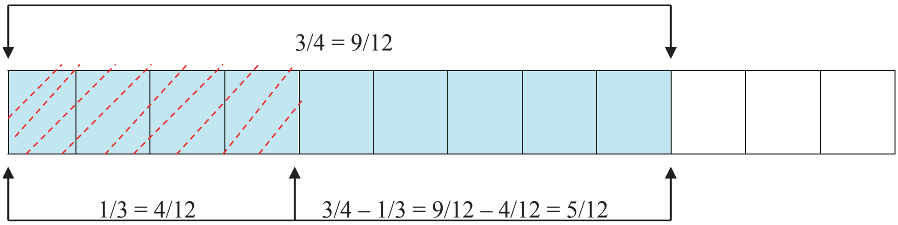


2) Deseja-se cumprir 3/4 de um trajeto em duas etapas. Na primeira etapa, pretende-se cumprir 1/3 do trajeto. Nessas condições, qual fração do trajeto deverá ser cumprida na segunda etapa?

A situação consiste em determinar a diferença entre 3/4 e 1/3. Recorrendo ao conceito de equivalência, temos que:

3/4 = 6/8 = **9/12** = 12/16 = ...

1/3 = 2/6 = 3/9 = **4/12** = 5/15 = ...



O recurso a essa estratégia metodológica não deve excluir o trabalho com a técnica operatória usual que se vale da aplicação do mínimo múltiplo comum (m.m.c.).

Pela técnica operatória, os cálculos anteriores resultariam:

a) m.m.c (2, 3) = 6

1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6

b) m. m. c. (3, 4) = 12

3/4 – 1/3 = 9/12 – 4/12 = 5/12

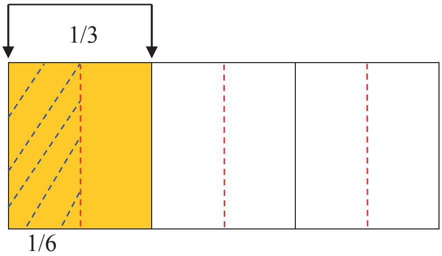
Uma técnica operatória representa o estado final de um processo de pensamento teórico, mas a aplicação dela deve consolidar o momento final de generalização, nunca antecedendo ou desconsiderando o processo de formação de conceitos. Além disso, é necessário considerar situações significativas para os educandos.

É fato que alguns cálculos com frações que aparecem nas salas de aula e em alguns livros didáticos são de interesse apenas da comunidade de matemáticos, mas não fazem sentido para os alunos. Por exemplo, a fração 3/1587. Será que algum aluno do ensino fundamental está preocupado em dividir algum inteiro em 1587 partes e considerar três delas?

O desafio é a transposição didática, isto é, para ser ensinada a Matemática deve ser transformada de modo a conduzir os alunos, com compreensão, ao estágio final do pensamento matemático que se consolida na técnica operatória.

3) Qual é a metade da terça parte de um terreno?

Pode-se resolver o problema adotando um esquema como o seguinte.



Para calcularmos a metade da terça parte de um terreno, determinamos um terço do terreno. Depois, calculamos a metade de um terço. Ao fazermos isso, precisamos determinar proporcionalmente o que essa parte representa no todo.

Observe que dividir por 2 é o mesmo que multiplicar por 1/2, o que nos permite escrever: 1/2 X 1/3 = 1/6, ou, ainda, 1/3 : 2 = 1/3 X 1/2 = 1/6.

Uma grande dificuldade para os alunos é compreender que no caso das frações, nem sempre multiplicar aumenta. Veja os exemplos:

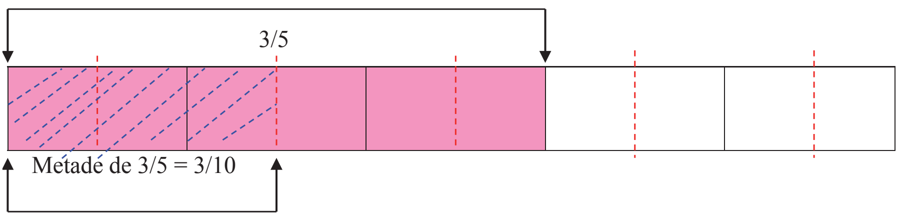
a) 2 X 180 = 360, mas 1/2 X 180 = 90

b) 3 X 120 = 360, mas 1/3 X 120 = 40.

Parece-nos fundamental conduzir os alunos a perceberem, também, que 1/2 X 180 é igual a 180: 2 e que 1/3 X 120 é igual a 120: 3. São situações dessa natureza que permitem ao aluno a compreensão da regra que determina que "para dividir uma fração por outra, conservamos a primeira e multiplicamos pelo inverso da segunda fração".

4) Calcular a metade de 3/5 de uma forma de bolo.

Esta situação também pode ser explorada de duas maneiras:



Como multiplicação, basta calcular diretamente 1/2 X 3/5 = 3/10. Como divisão, 3/5: 2 = 3/5 X 1/2 = 3/10. E o conceito que se explora é que dividir por 2 é o mesmo que multiplicar por 1/2.

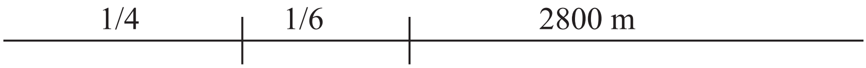
Ressalte-se, também, a utilidade da exploração do conceito de unidade de medida. Para isso, podem ser desenvolvidas diversas atividades nas quais os alunos escolhem uma parte do inteiro para servir de unidade de referência para medir uma figura ou porção dela.

Nessa perspectiva, outros questionamentos poderiam ser: "quantas vezes 1/3 cabe em dois inteiros?"; ou, ainda, "quantos pacotes de 3/4 de quilograma de café eu posso formar com 3 kg de café?"

Por óbvio, o uso de técnicas operatórias ou de regras práticas não deve ser desconsiderado. O que criticamos é a sua aplicação sem compreensão, sem dar ao aluno a oportunidade de negociação de significados e de atribuição de sentido ao que fazem.

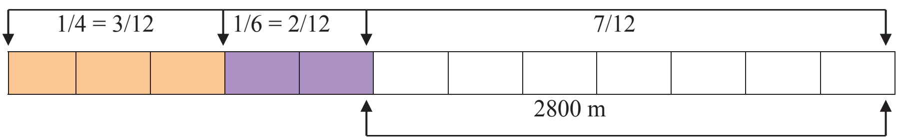
5) Um ciclista percorre 1/4 de um trajeto na primeira etapa de uma prova. Na segunda etapa ele percorre 1/6 do trajeto. Ainda faltam 2800 m para completar o trajeto. Quantos m ele deve percorrer no total?

O problema pode ser representado primeiramente por um esboço do tipo:



Inicialmente, é preciso definir qual fração representa a soma das duas primeiras etapas do trajeto para, na sequência, estabelecer qual fração representa 2800 m, o que permitirá calcular o trajeto todo.

1/4 = 2/8 = **3/12** = 4/16 = ...
1/6 = **2/12** = 3/18 = ...



7/12 correspondem a 2800 m. Então, 1/12 corresponde a 400 m.

O percurso total corresponde à fração 12/12. Desse modo, o percurso total será 12 X 400 = 4800m.

Esse tipo de problema aparece tardiamente nos programas de ensino básico. Em geral, apenas no segundo segmento do ensino fundamental, sob a alegação de que envolve estruturas conceituais complexas. Mas, na verdade, na abordagem conceitual que propomos basta ao aluno saber ler e interpretar o problema e saber lidar bem com o conceito de equivalência de frações. O restante é cálculo aritmético.

O fato é que sob a alegação de que o aluno não sabe interpretar e por isso não aprende a resolver problemas nega-se um conteúdo que permite estabelecer conexões entre as idéias relativas às frações. E esse estudo se torna hermético, fechado em si mesmo.

Em nossa compreensão, o problema não se refere apenas à interpretação da língua materna; o fato é que os alunos também não estabelecem relações entre os conceitos matemáticos envolvidos no problema.

Considerações finais

A abordagem metodológica dos números racionais em sua representação fracionária como um processo de gênese dos conceitos em oposição à postura didática de busca de resultados mediante o uso de técnicas operatórias e algoritmos, nem sempre compreendidos, não apenas proverá o educador de elementos para compreender melhor o processo pelo qual o aluno se apropria desse conteúdo, como também permitirá ao aluno perceber a intencionalidade e a dinâmica da produção desse conhecimento.

Sob a perspectiva de um tratamento conceitual, coloca-se a necessidade de reflexão sobre as diversas ideias relativas à representação fracionária e de selecionar modelos didáticos apropriados que permitam sentido para a sua abordagem.

Trata-se de enfatizar as ideias e os significados do que se faz e se preocupar menos com o desenvolvimento da linguagem simbólica. Sem embargo, conquanto a linguagem simbólica seja útil e conduza à economia de pensamento, ela pode ser introduzida gradativamente e à medida que se faça estritamente necessária.

Por outro lado, o excesso de cálculos mecânicos, a ênfase em procedimentos algorítmicos e a linguagem usada para ensinar frações são alguns dos fatores que tornam a conexão entre os fatos matemáticos e destes com as demais áreas do conhecimento praticamente inexistentes.

Em nossa percepção, a tarefa dos docentes em relação à linguagem matemática das frações deve desdobrar-se em duas direções. Primeiramente, na abordagem cuidadosa dos processos de leitura, de escrita e representação formal, esclarecendo com relação às regras e técnicas operatórias que fazem certas formas de escrita legítimas e outras inadequadas. Noutra direção, conduzir os alunos ao cultivo de ideias matemáticas mediante o desenvolvimento de habilidades de raciocínio que se inicia com o apoio da linguagem oral e vai, progressivamente, incorporando textos e representações mais elaborados.

Por fim, no trabalho pedagógico que propomos, o desenho é pensamento virtual e adapta-se à natureza do pensamento, seja ele científico, artístico, poético ou funcional. Assim, a representação pictórica deve aparecer de diversas formas, especialmente como desenho para resolver um problema e ilustrar as propostas de solução.

Assumimos, então, que o desenho serve de linguagem tanto para a arte quanto para a ciência. Apostamos que as crianças se interessam pela expressão através do desenho. Elas desenham por prazer, por diversão. O desenho é um jogo para elas.

Referências

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

NUNES, T. *Educação matemática:* números e operações. São Paulo: Cortez, 2003.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactiques de Mathématiques*, Grenoble, França, v. 10, n. 2.3, p. 133-170, 1990. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/?MOEDAFAM2>. Acesso em: 12 out. 2011.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente.* São Paulo: Martins Fontes, 1988.