



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Marília



**CULTURA
ACADÊMICA**
Editora

O Desenvolvimento da Ideia de Proporcionalidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo sobre o Projeto EMAI

Cláudia Elaine Catena

Como citar: CATENA, Cláudia Elaine. O Desenvolvimento da Ideia de Proporcionalidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo sobre o Projeto EMAI. In: BERSI, Rodrigo Martins; MIGUEL, José Carlos (org.). **Pesquisas em Educação**: contribuições de egressos do PPGE. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2025. p. 327-353. DOI: <https://doi.org/10.36311/2025.978-65-5954-603-9.p327-353>



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia Creative Commons Reconocimiento-No comercial-Sin derivados 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

O Desenvolvimento da Ideia de Proporcionalidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo sobre o Projeto EMAI

*Cláudia Elaine CATENA*⁵⁰

Introdução

Este trabalho aborda a análise e discussão sobre um dos mais relevantes conteúdos do currículo de Matemática da Educação Básica, o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, dada sua importância para a formação dos estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental e às várias aplicações deste conteúdo na realidade cotidiana, era proposto no Projeto EMAI (Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental), material didático adotado por toda rede pública estadual paulista.

No ano de 2012, participamos enquanto professores da rede pública estadual paulista, através de grupos de estudos, usando o espaço destinado às aulas de trabalho pedagógico coletivo (ATPC) e atuando no formato de grupos colaborativos, organizados pelo Professor Coordenador do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais, ou seja, fizemos parte, mesmo que de maneira indireta, da elaboração deste material.

A proposta é que ele sirva de base para estudos, reflexões e discussões a serem feitos com seus colegas de escola e com a coordenação pedagógica, em grupos colaborativos nos quais sejam analisadas e avaliadas diferentes propostas de atividades sugeridas (São Paulo, 2013, p. 7).

⁵⁰ Mestra em Educação pela Unesp de Marília e Doutoranda em Educação pela mesma Universidade
E-mail: claudia.catena@unesp.br.

A ATPC era organizada pelo Professor Coordenador (PC) dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e os professores participavam conduzindo as atividades. Essa forma de organização em grupos colaborativos estimulava os professores participantes a trocarem experiências, fortalecer as relações profissionais interpessoais e compartilhar boas práticas. O PC por sua vez, tinha apoio dos Professores Coordenadores de Núcleos Pedagógicos (PCNP) das Diretorias de Ensino. Por sua vez, os PCNP participavam de reuniões mensais organizadas em polos, por uma dupla de PCNP que integravam o chamado Grupo de Referência de Matemática (GRM), sendo um deles um especialista em anos iniciais e o outro, um especialista em Matemática, que compartilhavam seus saberes sobre conteúdos matemáticos e sobre abordagens didáticas e metodológicas.

Os PCNP do GRM participavam de reuniões mensais, com a assessora do projeto e com a equipe pedagógica do Centro do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais (CEFAI) e do Centro do Ensino Fundamental Anos Finais (CEFAF). Nas reuniões do GRM eram discutidas as ações do projeto, planejadas as reuniões dos polos e das escolas, e também, eram elaboradas e discutidas as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) para cada ano da escolaridade.

Enquanto professores, tínhamos como pauta o estudo baseado nas THA e participávamos efetivamente para aplicação em sala de aula e depois avaliávamos o processo de ensino- aprendizagem. Segundo Pires:

O propósito de trabalhar com a ideia de THA inspira-se nas investigações conduzidas por Simon (1995), que defende a ideia de que a consideração do objetivo da aprendizagem, as atividades de aprendizagem e pensamento e conhecimento dos estudantes são elementos importantes na construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem – parte chave do que ele denomina Ciclo de Ensino de Matemática, expresso como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento, tomada de atitudes. (Pires, 2014, p. 3).

As reuniões de ATPC acontecem semanalmente e em uma dessas reuniões, foram apontadas dificuldades relacionadas à resolução de problemas por parte dos alunos, em especial no campo multiplicativo. Levantou-se então, alguns questionamentos: “todas as crianças aprendem matemática?”; “é

proposto para os alunos uma diversidade de situações-problema?”; “o que os professores pretendem ao propor determinadas situações-problema?”; “quando envolve multiplicação, por que as dificuldades são maiores?”; “como se desenvolve o conhecimento matemático?”; e “a ideia de proporcionalidade?”.

Vários apontamentos podem ser feitos quanto ao fato de os alunos apresentarem baixo rendimento com relação às atividades propostas em Matemática. Seria a escola, a forma como os conteúdos são trabalhados, ou o material didático utilizado como norteador desse trabalho?

Diante desses apontamentos e em decorrência de certa curiosidade, pesquisando sobre o tema de maneira preliminar, despertou a atenção ao ler o que afirma Terezinha Nunes, chefe do Departamento de Psicologia da Universidade de Oxford, segundo a qual a proporcionalidade é a principal falha no ensino da matemática hoje (Falzetta, 2003).

Havendo uma falha no ensino, há influências diretas na defasagem da aprendizagem e essa constatação gera um desconforto.

Considerando de fundamental relevância compreender se o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade está abordado nesse material e de que maneira, formulou-se os seguintes problemas de investigação: *O desenvolvimento da ideia de proporcionalidade é proposto no Projeto EMAI? Se é, de que maneira?*

Nesse sentido, considerou-se que analisar e discutir tais aspectos pode contribuir para ampliação das reflexões sobre o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade, de que maneira está sendo realizada essa proposta para os alunos e minimizar as implicações no ensino-aprendizagem desse conceito nos anos iniciais do ensino fundamental.

O objetivo geral constituiu-se em investigar se o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade é proposto no material didático do Projeto EMAI, composto pelo exemplar do aluno e do professor, e se é, de que maneira. Esse objetivo geral se desmembra em dois objetivos específicos:

1. Analisar o material didático do Projeto EMAI; e
2. Verificar se, e como o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade é proposto no Projeto EMAI.

Para a realização desse estudo, optou-se pela pesquisa bibliográfica, que possibilitou um levantamento sobre o conceito de proporcionalidade, além de buscar situar essa discussão no âmbito dos aportes da Teoria

Histórico-Cultural. A busca de compreensão e explicação dos nexos conceituais envolvidos na noção de proporcionalidade constituiu a ideia central deste texto.

Fundamentação Teórica

Para fundamentar este trabalho, buscou-se a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud como suporte teórico.

De acordo com Fioreze (2010), a Teoria dos Campos Conceituais é uma fonte teórica de bastante valor, haja vista sua contribuição às pesquisas que versam sobre a didática e à compreensão dos processos de desenvolvimento dos Conceitos Matemáticos voltados às Estruturas Multiplicativas e à Proporcionalidade.

Vergnaud afirma:

O saber se forma a partir de problemas para resolver, quer dizer de situações para dominar. [...] Por problema é preciso entender, no sentido amplo que lhe atribui o psicólogo, toda situação na qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, de hipótese e de verificação, para produzir uma solução. (Vergnaud, 1990, p. 52, apud Miguel, 2018, p. 38).

Para se aprender o conceito de proporcionalidade, há a necessidade de se trabalharem diversos problemas práticos e teóricos. Para Vergnaud (1983), um conceito comporta várias propriedades, cuja pertinência varia de acordo com as situações a serem tratadas. Essas propriedades poderão ser compreendidas de forma imediata ou não pelos estudantes, ou, então, futuramente no decurso da aprendizagem. O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto das situações cuja resolução implica uma ou várias multiplicações e divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e múltipla, função linear e não linear, quociente e produto de dimensões, combinação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, semelhança, dentre outros.

Por meio do exposto, é possível depreender que, há que se considerar, diante de uma situação-problema as relações estabelecidas, um vasto repertório de atividades, a elaboração de conceitos e os procedimentos pessoais utilizados, para sua resolução.

Ainda de acordo com Fioreze (2010), Vergnaud (1983), ao propor estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, está considerando que em uma situação problema dada, o conceito não aparece isolado. A complexidade do cenário educacional advém do fato de que muitos conceitos em matemática traçam seus sentidos utilizando uma variedade de situações e a cada situação temos vários conceitos a serem analisados.

Ao tratar das representações semióticas, nota-se proximidade com a teoria histórico-cultural e confluências com a aprendizagem desenvolvimental.

Assim, Gérard Vergnaud pode ser considerado um neopiagetiano que busca compreender os processos de conceitualização, situando e estudando as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Como tal, o autor busca avançar no sentido de abordar a especificidade do domínio das habilidades cognitivas, bem como atuar no sentido de favorecer aumentos evolutivos da capacidade mental. Considerando a psicologia como elemento central, o autor admite também que haja outros aportes teóricos, epistemológicos e técnicos que contribuem para sanar o problema, podendo-se pensar no papel das relações sociais, das interações e do dialogismo inerente ao problema da efetiva aprendizagem.

A Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud e a Teoria Desenvolvimental de Vasili V. Davíдов apresentam alguns pontos convergentes na compreensão do desenvolvimento do pensamento matemático em crianças. Ambas as teorias consideram o desenvolvimento do pensamento matemático como um processo contínuo, que se inicia desde a infância e se estende ao longo da vida. Tanto Vergnaud quanto Davíдов destacam a importância da interação social na formação das estruturas mentais matemáticas, especialmente durante a infância. As duas teorias consideram a prática concreta como fundamental para o desenvolvimento da compreensão, pois permite assim, a concretização das representações matemáticas.

Tanto Vergnaud, quanto Davíдов afirmam que a construção dos conceitos matemáticos é um processo ativo, no qual o indivíduo constrói significados a partir de suas próprias vivências e interações. As teorias de Vergnaud e de Davíдов concordam na importância da interação social e da prática concreta na formação das estruturas mentais, e na construção ativa dos conceitos matemáticos.

Com base nos princípios da Teoria Histórico-Cultural, a finalidade da educação é o desenvolvimento integral do sujeito em várias perspectivas, cultural, social, ética, estética, política, entre outras. A aprendizagem desenvolvimental tem como pressuposto o desenvolvimento humano, uma forma específica de desenvolvimento, de natureza psíquica e subjetiva, pois, o que nos torna humanos precisa ser adquirido, como nos esclarece o autor:

a aprendizagem não é, em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem. Por isso, a aprendizagem é um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não-naturais, mas formadas historicamente (Vigotski, 2017, p. 115).

O autor nos traz ainda a teoria da Zona de Desenvolvimento Potencial (ZDP), que parte do princípio segundo o qual há dois níveis de desenvolvimento na criança, a zona de desenvolvimento efetivo e a zona de desenvolvimento potencial. A zona de desenvolvimento efetivo diz respeito a tudo aquilo que a criança é capaz de desenvolver intelectualmente sozinha e a zona de desenvolvimento potencial é aquela na qual a criança não é capaz de desenvolver intelectualmente sozinha, mas com o auxílio de um parceiro mais experiente. O autor menciona que:

O que a criança pode fazer hoje com o auxílio dos adultos, poderá fazer amanhã por si só. A área de desenvolvimento potencial permite-nos, pois, determinar os futuros passos da criança e a dinâmica do seu desenvolvimento e examinar não só o que o desenvolvimento já produziu, mas também o que produzirá no processo de maturação (Vigotski, 2017, p. 113).

Nessa perspectiva, o professor é alguém que cria condições, organiza e orienta os alunos e a atividade é tida como categoria central, principal, pois é por meio das atividades que nosso cérebro se modifica, criando novas estruturas, ou seja, as neoformações, porém não se trata de qualquer atividade,

a atividade principal é então a atividade cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços

psicológicos da personalidade da criança, em um certo estágio de seu desenvolvimento (Leontiev, 2017, p. 65)

A aprendizagem se dá num processo interno, particular, de autotransformação. Por isso a importância da escola, que comumente trabalha com base na experiência, na realidade cotidiana vivida, ou seja, no pensamento empírico, impondo-se a necessidade de avançar para desenvolver o pensamento teórico, que é a capacidade humana de representar pelo plano mental e de maneira subjetiva a realidade objetiva a partir de reflexão, análise, síntese e generalização subjetiva.

Davidov (2020) ao discutir os condicionantes de natureza psicológica envolvidos no processo de aprendizagem dos estudantes é enfático ao afirmar que os conteúdos e as regularidades envolvidas no processo de apropriação de ideias científicas dependem das formas concretas de atividade dentro das quais ela se constitui. Assim:

A relação teórica com a realidade e com os modos de orientação correspondentes à essa relação, constituem a necessidade específica e o motivo da Atividade de Estudo da criança. Os modos inter-relacionados da consciência teórica (científica, artística, moral e jurídica) atuam como conteúdo dessa atividade. O domínio dos modos generalizados de ação, desde o ponto de vista do conteúdo (teórico) da solução de centenas de tarefas práticas concretas, é a característica substancial da tarefa propriamente de estudo. Formular para o aluno, uma tarefa de estudo significa colocá-lo em uma situação que requer uma orientação para um modo generalizado de ação, desde o ponto de vista do conteúdo de sua solução em todas as variantes particulares e concretas possíveis das condições (Davidov, 2020, p. 170).

Por certo, a preocupação do autor é com o processo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados de ciência, haja vista, inexoravelmente, que no caso da Matemática o sujeito cognoscente deve criar um sistema de ações organizadas em pensamento e nele inserir os objetos, ou seja, é um complexo de intrínsecas relações entre sujeito e objeto.

Nesse sentido, a aprendizagem que desenvolve o pensamento teórico só acontece na Atividade de Estudo. Davidov (2020) afirma que o mesmo opera mediante conceitos científicos:

Como conteúdo do pensamento teórico serve o ser, mediatizado, refletido e essencial. Tal pensamento constitui uma idealização do aspecto fundamental da atividade prática-objetiva, a saber, da reprodução nela das formas gerais das coisas, de sua medida e de suas leis. Essa reprodução tem lugar na atividade produtiva num singular experimento sensório-objetivo. Depois, esse experimento vai adquirindo cada vez mais um caráter cognitivo, permitindo com o tempo que o homem passe a experimentos mentais [...] Essas singularidades do experimento psíquico constituem a base do pensamento teórico, que opera mediante conceitos científicos (Davidov, 2020, p. 98).

Vygotsky (1995), explica que a formação dos conceitos não se dá por meio mecânico, como uma simples sobreposição de fotos retiradas da realidade. Há uma elaboração por parte do sujeito na constituição do pensamento natural, que ocorre no exato instante em que ele atribui sentido para aquele momento todo de vivência.

Neste momento as crianças estão construindo seus conhecimentos, na maioria das vezes na mútua interação que estabelecem entre seus pares, seja com professores e professoras ou com crianças que tem uma percepção mais aguçada, elas tentam conservar conceitos que possibilitem seu desenvolvimento no decorrer do estudo dessa disciplina.

Como afirma Davidov (1988), há que se desenvolver um trabalho educativo voltado à constituição pelo sujeito de capacidades e habilidades historicamente formadas e imprescindíveis à ação cotidiana. Não basta ensinar ao sujeito a função social de determinado objeto, é necessário que ele desenvolva, ou reproduza, as habilidades humanas que são inerentes a esse determinado objeto, a fim de usá-lo adequadamente.

Ainda de acordo com Davidov (1988), é por meio da atividade prática, sempre social, do contato imediato com os objetos da cultura, contato esse mediado pelas relações sociais com pessoas mais experientes, que as características e as propriedades destes objetos passam a ser interiorizadas, apropriadas pelo sujeito, constituindo uma representação mental dos objetos, de acordo com as necessidades do homem social.

Entendemos que, o desenvolvimento humano está vinculado à atividade dos indivíduos concretos incluídos no sistema de relações da sociedade. Não se pode considerar a atividade desvinculada das relações

sociais, pois desta maneira ela não existe. Toda atividade psíquica, então, é um reflexo da atividade prática, transportando para a atividade subjetiva toda a atividade com objetos realizada no mundo cultural, objetivo. Claro que este transporte não ocorre de modo mecânico, mas implica a participação ativa do sujeito, processo denominado pela teoria histórico-cultural como objetivação, sempre determinado pelas relações sociais em que o sujeito se encontra envolvido.

Metodologia

Foi realizada a análise de todos os livros que compõem o Projeto EMAI, que são organizados em dois volumes para cada ano de escolaridade, sendo um volume para cada semestre, tanto o material do aluno, como o do professor, totalizando dez volumes. No livro destinado aos alunos, são apresentadas as atividades a serem realizadas e no livro destinado aos professores, são apresentadas além das atividades que constam no livro do aluno, o passo a passo de como propor a sua realização.

Diante das questões norteadoras: *como se desenvolve o conhecimento matemático? Como se desenvolve a ideia de proporcionalidade?* Com relação às dificuldades e ao baixo rendimento em Matemática por parte dos alunos, *onde está a falha: na escola, na forma como os conteúdos são trabalhados, ou no material didático utilizado como norteador desse trabalho?* Levou-se em consideração a prática docente da pesquisadora bem como sua *expertise* em educação, em concomitância com suas inquietações enquanto professora atuante nos anos iniciais da Educação Básica por aproximadamente quinze anos.

Sendo a pesquisa o elo entre teoria e prática, parte-se para a prática, e portanto, se fará pesquisa, fundamentando-se em uma teoria que, naturalmente, inclui princípios metodológicos que contemplam uma prática. Mas um princípio básico das teorias de conhecimento nos diz que as teorias são resultado das práticas. Portanto, a prática resultante da pesquisa modificará ou aprimorará a teoria de partida. E, assim modificada ou aprimorada essa teoria criará necessidade e dará condições de mais pesquisa, com mais detalhes e profundidade, o que influenciará a teoria e a prática. Nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teoria e prática desvinculadas. A aceitação desses pressupostos conduz à dinâmica que

caracteriza a geração e a organização do conhecimento: ... teoria → prática
→ teoria → prática → teoria... (D'Ambrósio, 2012, p. 74-75).

Com o propósito de tentar responder a esses questionamentos, esboçou-se uma interface entre a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e a Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky e colaboradores.

Foram utilizados textos publicados em forma de artigos, teses acadêmicas, leis, decretos, o próprio material didático EMAI, programas e similares, que auxiliaram a responder a questão norteadora dessa pesquisa.

Para a realização desse trabalho, optou-se pela pesquisa documental e bibliográfica, por meio da hipótese explicativa de fontes documentais sobre a construção da ideia de proporcionalidade no material didático do Projeto EMAI do qual resultará um instrumento de pesquisa contendo referências de textos escritos sobre o tema.

De acordo com Cervo e Bervian (1976), qualquer tipo de pesquisa em qualquer área do conhecimento, supõe e exige pesquisa bibliográfica prévia, quer para o levantamento da situação em questão, quer para a fundamentação teórica ou ainda para justificar os limites e contribuições da própria pesquisa.

A opção por essa metodologia decorre do fato de considerá-la adequada à análise de textos legais e acadêmico-científicos tomados na pesquisa como documentos históricos compreendidos não como meras sobras do passado, mas como:

produto da sociedade que o fabricou segundo as relações de força que aí detinham o poder. Só a análise do documento enquanto monumento permite à memória coletiva recuperá-lo e ao historiador usá-lo cientificamente, isto é, com pleno conhecimento de causa. [...] O documento não é inóculo. É, antes de mais nada, o resultado de uma montagem, consciente ou inconsciente, da história, da época, da sociedade que o produziram, mas também das épocas sucessivas durante as quais continuou a viver, talvez esquecido, durante as quais continuou a ser manipulado, ainda que pelo silêncio. O documento é uma coisa que fica, que dura, e o testemunho, o ensinamento (para evocar a etimologia) que ele traz devem ser em primeiro lugar analisados, desmistificando-lhes o seu significado aparente. O documento é monumento. Resulta do esforço das sociedades históricas para impor ao futuro — voluntária ou involuntariamente — determinada imagem de si próprias. No limite, não existe um documento-verdade.

Todo documento é mentira. Cabe ao historiador não fazer o papel de ingênuo (Le Goff, 2003, p. 535-538).

Com relação ao ensino e a aprendizagem, cabe ao professor o papel essencial de reconhecer o material didático como um instrumento de trabalho, e busque estudar o material a ser utilizado, a teoria que o sustenta, e assim passar a ser um coautor da proposta, e não apenas mero executor.

Davidov (1988) considera de suma importância o papel do professor, pois é sob sua direção que as crianças, ao iniciarem o estudo de qualquer matéria curricular, analisam o conteúdo e identificam a relação geral (principal) e suas manifestações em relações particulares. Ao registrarem a relação geral constroem uma abstração teórica. E, ao detectarem a vinculação regular da relação principal com suas manifestações particulares, realizam a generalização teórica do assunto estudado.

Para analisar e discutir as atividades que tratam da ideia de proporcionalidade no material do Projeto EMAI, faremos a apresentação da organização do material, dos objetivos, da base teórica que o sustenta, identificaremos se algumas das atividades propostas, que foram selecionadas, estão apresentadas de forma clara para alcançar esses objetivos, bem como verificar se promovem o desenvolvimento do conceito.

O material do Projeto EMAI apresenta as atividades organizadas e divididas em blocos de conteúdos, para todos os anos de escolaridade, a saber, Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Realizou-se a abordagem de algumas atividades, contemplando ao menos uma atividade proposta para cada ano de escolaridade, buscando observar pelo menos uma atividade de cada eixo temático ou bloco de conteúdos, que tratam da ideia de proporcionalidade no material do Projeto EMAI para analisar, discutir e verificar se promovem o desenvolvimento do conceito, porque há uma diferença entre apresentar a ideia e promover o desenvolvimento.

O desenvolvimento acontece por meio da assimilação (apropriação) do indivíduo da experiência histórico-social. Não se pode concordar com a contraposição entre assimilação e desenvolvimento, isto é, quando o desenvolvimento é compreendido como um processo independente da assimilação; também quando é tratada como algo autônomo que acontece em paralelo com o desenvolvimento ou; mesmo entendida “no lugar” do

desenvolvimento. Por outro lado, a assimilação nem sempre leva ao desenvolvimento (Davidov; Márkova, 2020, p. 194)

Os autores apontam ainda, que em um sistema de organização da aprendizagem de forma tradicional, a experiência socialmente elaborada é transferida aos alunos, separando o ensino como sendo o que o professor faz e a aprendizagem funcional, aquilo que o aluno faz, defendendo que:

De acordo com o Vigotski, a aprendizagem desenvolvimental só pode ser considerada eficaz quando é orientada para o desenvolvimento futuro. As alterações qualitativas no desenvolvimento da criança, que se formarem no decorrer da aprendizagem desenvolvimental em determinados estágios evolutivos, L. S. Vigotski chama de novas formações. Assim se a assimilação é a reprodução pela criança da experiência socialmente desenvolvida, a aprendizagem desenvolvimental é a forma de organização dessa assimilação adotada nessas condições históricas concretas em uma determinada sociedade. Então o desenvolvimento é caracterizado principalmente por mudanças qualitativas no nível e na forma dos modos de ação, os tipos de atividades etc., de que se apropria o indivíduo (Davidov; Márkova, 2020, p. 195).

A Proporcionalidade no Projeto EMAI

A noção de proporcionalidade constitui ideia fundamental não apenas para a consolidação do raciocínio lógico face às implicações para a formulação do próprio pensamento matemático, mas principalmente para desenvolvimento do pensamento teórico, em sentido amplo, por envolver considerável gama de relações conceituais no processo de apropriação do conhecimento científico, de forma geral.

Assim, nesta seção analisaremos o material relativo a algumas atividades envolvendo o conceito de proporcionalidade no projeto EMAI, buscando estabelecer relações com o referencial teórico construído, principalmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento teórico, base para a consolidação de encaminhamentos necessários ao processo que poderia ser denominado de educação desenvolvimental.

Conforme nossa convicção teórica, educação desenvolvimental envolve pensar ensino e aprendizagem como ações dialeticamente articuladas, ou

seja, processos que se complementam dialeticamente de tal modo que uma ação melhora a compreensão que da outra se tem, exigindo novas posturas de educadores e educandos frente às necessidades de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados matemáticos.

A ideia de proporcionalidade é de ampla aplicação não apenas em outras temáticas do campo matemático, como no amplo espectro dos números racionais ou de semelhança de figuras geométricas, mas também em outras áreas de conhecimento como Ciências, Física, Química, Geografia, Economia, Matemática Financeira, Estatística, etc.

Nesse modo de pensar, a primeira consequência do debate sobre a noção de proporcionalidade é que ela não deve ser tratada de forma isolada no currículo, como algo estanque, mas articuladamente a outras instâncias do conhecimento.

Por isso, a aprendizagem da proporcionalidade deve favorecer a inter-relação entre as ideias matemáticas de forma tal que o aluno possa, ao aprender Matemática, reconhecer a sua utilidade na vida cotidiana e, progressivamente, na constituição do processo de desenvolvimento de outras ideias científicas.

Registre-se, então, que a abordagem de temas, os quais, por sua própria natureza, deveriam ser tratados de forma vinculada à noção de proporcionalidade, têm sido trabalhados de forma isolada uns dos outros, dificultando sua apropriação e síntese por parte dos alunos.

De fato, a apropriação dos conceitos matemáticos exige a formulação de situações didáticas envolvendo diferentes representações dos objetos de estudo sob a forma de articulações entre signos, conceitos, propriedades, estruturas e relações, ou seja, conhecer diferentes formas de representação do mesmo ente matemático pode facilitar a aprendizagem conforme depreendemos da formulação teórica de Duval (2007).

Assim, é importante considerar em nossa análise que os materiais do Projeto EMAI estão organizados em dois volumes por ano de escolaridade, sendo que o volume 1 corresponde ao trabalho a ser desenvolvido no primeiro semestre e o volume 2 corresponde ao trabalho a ser desenvolvido no segundo semestre de cada ano escolar, contendo um livro para realização das atividades pelos alunos, onde são apresentadas as atividades organizadas em blocos de conteúdos ou eixos temáticos e estas dispostas em sequências didáticas que contemplam ao menos uma atividade de cada eixo e um livro

organizado para os professores, que além de incluir as atividades da mesma maneira que é apresentada aos alunos, só que em tamanho reduzido, traz orientações com a finalidade de auxiliar na proposta de realização das atividades matemáticas apresentadas aos alunos e traz ainda, reflexões sobre hipóteses de aprendizagem das crianças, embasada na teoria que sustenta a organização das sequências didáticas de acordo com cada Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Conforme consta no capítulo introdutório do volume do professor de cada ano, sua organização se dá da seguinte maneira:

está organizado em Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) que incluem um plano de ensino organizado a partir da definição de objetivos para a aprendizagem (expectativas) e das hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos (SÃO PAULO, 2014, p. 7).

A ideia de THA mencionada na citação anterior baseia-se em investigações desenvolvidas por Simon (1995), citadas por Pires (2014):

Usaremos o termo trajetória hipotética de aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor, como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem. É hipotética porque caracteriza a propensão a uma expectativa. O conhecimento individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora frequentemente em caminhos similares. O conhecimento do indivíduo tem alguma regularidade [...], que em sala de aula adquire com atividades matemáticas frequentes em métodos prognósticos, e que muitos dos alunos em uma mesma sala de aula podem se beneficiar das mesmas tarefas matemáticas (Pires *apud* Simon, 2014, p. 3).

Nesse modo de pensar, os objetivos de aprendizagem, as próprias atividades de aprendizagem e pensamento, além do conhecimento anterior dos estudantes, são elementos fundantes na construção de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), compreendida como um conjunto de articulações cíclicas dos fatores relacionados ao conhecimento do professor, ao próprio pensamento e à tomada de atitudes, aspectos essenciais do processo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados matemáticos como definidos pelos autores mencionados, bem como no contexto de nossa compreensão sobre a educação desenvolvimental:

As ações de estudo, controle e avaliação, têm um papel importante no processo de assimilação do conteúdo pelos alunos. O controle consiste em determinar a correspondência de outras ações de estudo com as condições e exigências da tarefa de estudo e permite ao aluno, ao mudar a composição operacional das ações, colocar ao descoberto sua relação com uma ou outras peculiaridades dos dados da tarefa por resolver e do resultado obtido. Dessa forma, o controle garante a requerida plenitude na composição operacional das ações e a forma correta de sua execução (Davidov, 2020, p. 223-224).

Essas formulações teóricas exigem situar o professorado no contexto de alguns invariantes, os quais não podem ser por eles ignorados, sob pena de comprometimento de todo o movimento didático-pedagógico que se pretende instalado. Primeiramente, o processo exige ações de estudo envolvendo contextualização, ou seja, conduzir os educandos à percepção dos fatos matemáticos em suas relações com a realidade, impondo paulatinamente o reconhecimento de sua formulação como constructo humano.

Uma segunda condição é a inserção dos alunos em um processo de formação de conceitos pautado pela perspectiva de problematização, ou seja, o reconhecimento do problema como matriz geradora do conhecimento novo. Outrossim, os conhecimentos matemáticos decorrem de um processo de historicização, ou seja, eles precisam reconhecer a evolução histórica das ideias matemáticas. Por fim, mas não por último, há de se consolidar uma trajetória de enredamento dos temas da Matemática entre si e desta ciência com a demais áreas do conhecimento, em abordagem transdisciplinar.

Percebe-se que o volume do professor sugere ainda, o tempo de desenvolvimento de cada trajetória, recomendando que cada sequência de atividades seja realizada em uma semana, podendo esse período ser ampliado de acordo com a necessidade dos alunos e adequação desse tempo por parte do professor, indicando também que algumas atividades trarão temas já visitados em THA anteriores, mostrando a importância da retomada de conteúdo.

No material destinado ao professor, há no início de cada THA um texto denominado “Reflexões sobre hipóteses de aprendizagem das crianças” que apresenta a trajetória que será trabalhada, bem como sua fundamentação. Peguemos como exemplo o livro destinado ao professor do primeiro ano, onde a primeira THA a ser trabalhada é sobre números.

Algumas pesquisas recentes, como as de Délia Lerner e Patrícia Sadovsky (1996), mostram que os alunos têm conhecimentos prévios sobre as funções dos números em seu cotidiano, seja em seu aspecto cardinal, ordinal, de medida ou de codificação. Fayol (1985), entre outros pesquisadores, considera que o uso dos números, de algumas relações entre eles construídas pelas crianças e, ainda, alguns tipos de cálculo, parecem não ser determinados pela existência prévia da conservação de quantidades por parte da criança. Autores, como Gelman e Meck (1989), consideram que a apropriação do número está ligada ao cálculo e não à noção de conservação de quantidades. Essas pesquisas embasam as propostas de atividades da Unidade 1 (São Paulo, 2014, p. 9).

As proposições apresentadas, embora relevantes, se colocam no âmbito do pensamento empírico. Por assim considerar, “Davydov diz que um dos conceitos fundamentais de toda a matemática escolar é o de número real” (Davydov, 1982; Davydov, 1988 a e b; Davídov, 1988; apud Rosa, 2012) e elege esse campo numérico como instância de relações conceituais a sustentar um conjunto de ideias matemáticas a dar sentido a praticamente toda a atividade intelectual voltada à abordagem quantitativa da realidade. Desse modo, o autor questiona a conduta didática segundo a qual a aprendizagem se dá do mais simples para o mais complexo, das quantidades discretas para as contínuas.

A saber, os números reais incluem os números inteiros, os números decimais, os números fracionários e os números irracionais, já os números naturais são aqueles usados para contar, não incluindo os demais, ou seja, são subclasse dos números reais. Grandezas discretas são aquelas que podem ser contadas, não podem ter valores intermediários entre dois valores consecutivos e são representadas por números naturais. Elas diferem das grandezas contínuas, que podem ter valores intermediários mais próximos entre si entre dois valores consecutivos e são representadas por números reais. Exemplos de grandezas discretas incluem o número de pessoas em uma sala, o número de itens em uma lista etc. Exemplos de grandezas contínuas incluem a altura de uma pessoa, o tempo que se leva para chegar ao trabalho, a quantidade de líquido em um copo etc. Ambas são representadas respectivamente por variáveis discretas e variáveis contínuas em estatística e modelagem matemática.

Em verdade, o conhecimento evolui do que é geral e amplo para o que é específico ou particular. Por isso, poderíamos iniciar do mais complexo

para o mais simples. Na especificidade do ensino do conceito de número, no primeiro ano escolar, Davydov, 1982, propõe que se inicie com a ideia de número real, a partir do estudo de grandezas discretas e contínuas, na inter-relação de suas significações aritméticas, algébricas e geométricas. Portanto, difere do que se faz atualmente na educação matemática brasileira, em que o ponto de partida é o número natural nos limites da aritmética, a partir de contagens discretas (Rosa, 2012; Damázio, Rosa e Euzebio, 2012). A expressão das relações entre grandezas, uma tomada como unidade de medida da outra, que se traduz no modelo algébrico, G como grandeza a ser medida, U a unidade de medida e X o resultado da comparação entre G e U). Ainda de acordo com Rosa:

Davydov também concluiu que a preocupação do ensino primário consistia em conservar a relação com os conhecimentos cotidianos que a criança recebeu antes de entrar na escola. Em cada etapa do ensino se propõe aos estudantes apenas aquilo que são capazes de assimilar na idade dada. O ensino utiliza unicamente as possibilidades já formadas e presentes na criança. “Naturalmente, assim se pode justificar a limitação e a pobreza do ensino primário, apelando a características evolutivas da criança de sete anos” (Davydov, 1987, p. 147). Ou seja, subestima-se tanto a “natureza histórica concreta das possibilidades da criança como as ideias sobre o verdadeiro papel que a educação desempenha no desenvolvimento” (idem). O ensino assim organizado é trágico para o desenvolvimento mental por: enfatizar apenas a base sensorial, reduzir os conceitos ao seu fundamento empírico e, conseqüentemente, desenvolver exclusivamente o pensamento empírico (Davydov, 1987). (Rosa, 2012, p. 24-25).

De acordo com esse modo de pensar, deve-se reconhecer que tradicionalmente o ensino da proporcionalidade tem se constituído em um conjunto de regras e procedimentos transmitidos via memorização e repetição, resultando em aprendizagem mecânica ou sérias dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos.

Desenvolver a noção de proporcionalidade implica em criar estratégias que possibilitem ao aluno atribuir sentidos à aprendizagem e construir significados em um arcabouço complexo de situações matemáticas de modo a estabelecer relações, justificando, analisando, discutindo e criando estratégias voltadas à resolução dos problemas.

Nesse sentido, o encaminhamento metodológico deve ser desenvolvido de modo a evidenciar a atividade de estudo do aluno posto que valoriza a participação ativa no processo de apropriação do conhecimento, em ação mediada pela interação com o docente e com os colegas de turma.

No início de cada unidade do material em análise, organizado para os professores, são apresentadas as expectativas de aprendizagem que se pretende alcançar. No caso específico da unidade 1 do material do 1º ano é apresentado um quadro que contém três eixos do ensino da Matemática e as respectivas expectativas de aprendizagem de acordo com a primeira THA, porque no primeiro ano de escolaridade, de acordo com esse material, o eixo, ou bloco de conteúdos Espaço e Forma é apresentado para os alunos a partir da segunda THA.

Em seguida, ainda no material destinado ao professor, é apresentado o plano de atividades, que traz expectativas específicas e é organizado em sequências, sendo que, cada sequência é composta por cinco atividades, sendo ao menos uma de cada um dos blocos de conteúdos abordados. Todas as atividades são compostas por três seções que orientam o professor na condução da aula e em como propor a realização das atividades aos alunos.

Na seção 1 “Conversa Inicial”, há sempre uma indicação de como o professor deve iniciar o diálogo com as crianças, tentando fazer com que elas falem sobre o que já conhecem do assunto tratado. Trata-se de um processo de suma importância para o levantamento das hipóteses iniciais dos alunos, bem como o exercício da escuta ativa por parte do professor, levando o aluno a colocar em jogo seus conhecimentos prévios, permitindo que aconteça a produção de sentidos e negociação de significados matemáticos.

Na seção 2, “Problematização”, há um encaminhamento contendo perguntas problematizadoras que o professor deve fazer aos alunos para que esses pensem sobre o conteúdo que será abordado e apresentem respostas a partir de suas próprias vivências cotidianas. Há ainda a orientação para que o professor não antecipe informações sobre descobertas que os alunos são capazes de fazer sozinhos, isso é muito importante pois estimula as crianças a realizar desafios possíveis.

Na seção 3 “Observação/Intervenção”, há orientações para que o professor observe a realização da atividade e realize intervenções de modo

a garantir a realização da atividade proposta, levando os alunos a discutir o processo de resolução utilizado, incentivando-os a refletirem sobre situações cotidianas em que utilizariam aqueles conteúdos. Aqui é possível observar a importância dada a função social das atividades propostas.

As três seções aparecem em todas as atividades dos dois livros do projeto EMAI, destinados ao professor, seções estas que deverão ser observadas para propor as atividades que serão trabalhadas durante o ano letivo e servem para orientar e determinar a condução das aulas.

O professor assume, portanto, o papel de executor do que lhe é determinado, pois com uma possível formação deficitária não conseguirá se desvencilhar do material didático como seu único suporte, que, por ser imposto, tornar-se-á confiável, como: meta, atividade e fonte de estudo. (Severino, 2019, p. 310).

O material do professor apresenta ainda, um tópico denominado “Procedimentos importantes para o professor”, que destaca como o professor deve proceder para estudar este material e planejar adequadamente suas aulas.

Analise as propostas de atividades sugeridas nas sequências e planeje seu desenvolvimento na rotina semanal; analise as propostas do livro didático escolhido e de outros materiais que você utiliza para consulta. Prepare e selecione as atividades que complementem seu trabalho com os alunos; faça algumas atividades coletivamente, outras em duplas ou em grupos de quatro crianças, mas não deixe de trabalhar atividades individuais em que você possa observar atentamente cada criança; elabore lições simples e interessantes para casa (São Paulo, 2014, p.10).

Seguindo a apresentação e análise do material em estudo, no primeiro ano do EF a primeira atividade do Projeto EMAI que trata especificamente da ideia de proporcionalidade, aparece no volume dois, ou seja, será apresentada ao aluno no segundo semestre letivo. A atividade faz parte do bloco de conteúdos Números e Operações e a expectativa de aprendizagem que se pretende alcançar é analisar, interpretar e resolver situações-problema com diferentes significados do campo multiplicativo por meio de estratégias pessoais.

É proposto ao professor, no volume próprio para ele, na seção “Conversa inicial”, seja indagado aos alunos quem já brincou de desafio, e informe que será necessário resolver um desafio para descobrir a idade da família de Enrico. Em seguida, na seção “Problematização” é sugerido que se organize a turma em duplas e garanta para que cada dupla tenha uma cópia da situação proposta e proponha o desafio de identificar as respectivas idades dos membros da família de Enrico com as dicas oferecidas na própria atividade.

É sugerido ainda, que o professor indique para as crianças que, conforme forem descobrindo as idades de cada membro da família, registrem abaixo de cada desenho. Por último, a orientação é que se problematize a situação indagando: “Quem descobre o que aconteceu com a idade de Enrico, comparada com a de seu pai?”, introduzindo a noção de dobro. Na seção “Observação/Intervenção” a instrução aparece como segue:

Circule pela sala para observar os possíveis procedimentos que utilizaram para resolver esta situação. Fique atenta, se os alunos identificaram como “o mais velho” ou o “mais novo” relacionando com os números maiores ou menores e se ainda utilizam algum apoio para verificar suas ideias (quadro numérico por exemplo). Peça a eles para justificarem suas respostas e oportunize a interação, para que todos reconheçam as possíveis maneiras de raciocinar. Deve surgir nessa socialização a ideia de “dobro”, observe se os alunos transpõem esses saberes iniciados em atividades anteriores. Ainda existe a possibilidade de você convidá-los a pensarem mais sobre essa situação em outro momento dando continuidade na atividade, com vistas a ampliar a ideia de “triplo” e o reconhecimento da contagem ascendente e descendente. (São Paulo, 2013, p. 89).

Figura 39 - Introdução à ideia de proporcionalidade

SEQUÊNCIA 30
DESAFIOS



ATIVIDADE 30.1

ESTA É A FAMÍLIA DOS IRMÃOS ENRICO E SOFIA. OS AVÓS MATERNOS DAS CRIANÇAS MORAM COM ELES.








ARTE: IAPSP

1 DESCUBRA A IDADE DE CADA UMA DESSAS PESSOAS DA FAMÍLIA, LENDO AS INFORMAÇÕES A SEGUIR:

- ENRICO É 3 ANOS MAIS VELHO QUE SOFIA, QUE TEM 9 ANOS.
- A MÃE É 6 ANOS MAIS NOVA QUE SEU MARIDO, QUE TEM 36 ANOS.
- VOVÔ TEM O DOBRO DA IDADE DA MÃE.
- VOVÔ É 10 ANOS MAIS VELHO DO QUE A VOVÓ.

A. REGISTRE-AS NOS QUADRINHOS.

SOFIA	ENRICO	MAMÃE	PAPAI	VOVÔ	VOVÓ

B. O QUE VOCÊ OBSERVA AO COMPARAR A IDADE DA MAMÃE COM A DA VOVÓ?

C. O QUE VOCÊ OBSERVA AO COMPARAR A IDADE DE ENRICO COM A DE SEU PAI?

78 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL – EMAI

Fonte: (São Paulo, 2013, p. 88) - EMAI 1º ano, v. 2, material do professor.

Sabe-se que as crianças não desenvolvem a ideia de proporcionalidade apenas pelos procedimentos das quatro operações básicas, adição, subtração, multiplicação ou divisão, mas sim por utilizar de diferentes representações semióticas que sustentam esse conceito, conforme nos aponta o autor:

Mais ainda, é o desenvolvimento dessas representações semióticas que permitirão aos alunos compreenderem, ao final do ensino fundamental, que em uma relação proporcional “o produto dos extremos é igual ao produto dos meios”, a chamada Propriedade Fundamental das Proporções, em geral, apresentada aos alunos como coisa pronta, de forma abrupta e desconexa, destituída de significado efetivo para eles, como por vezes essas ideias matemáticas aparecem nos textos didáticos. Não é apenas pela verbalização de uma ideia matemática que se forma um conceito, mas pelas relações que se pode estabelecer entre os dados que a constitui. É pela exploração e reconhecimento de regularidades desde os anos iniciais do

ensino fundamental, valendo-se dos raciocínios aditivo e multiplicativo nas relações entre grandezas, nas sequências numéricas e padrões geométricos, entre outras situações matemáticas, que o professor poderá conduzir os estudantes à familiarização com ideias que sustentarão a formação do conceito de proporcionalidade. (Miguel, 2020, p. 510).

Faz-se necessário observar que esta é a primeira atividade sobre proporcionalidade proposta para registro pelos alunos, pois o texto fala em transposição de saberes iniciados em atividades anteriores, o que ratifica a citação anterior. Outra observação plausível é a de que não há menção sobre a possibilidade de não surgir durante a socialização a ideia de “dobro”, é necessário que o professor tenha clareza que essa ideia não surge espontaneamente, nem tampouco apenas com a realização de determinados exercícios, é necessário um leque de estímulos, familiarização com a noção de dobro, levantamento de hipóteses por parte dos alunos, auxílio do professor na validação ou não dessas hipóteses, porém é imprescindível que se diga às crianças o que é dobro.

Na conduta didático-pedagógica que se pretende desenvolvida no projeto EMAI, o docente, na condição de organizador das atividades, não é apenas aquele que expõe todo o conteúdo programático aos alunos, mas um mediador que fornece informações necessárias para a reflexão individual e coletiva dos estudantes sobre as situações matemáticas. Isso implica considerar o conhecimento anterior das crianças.

Na análise do material do projeto EMAI percebe-se a preocupação quanto à necessidade de exploração de atividades envolvendo a ideia matemática de proporcionalidade, bem como de conduzir os alunos ao desenvolvimento do hábito de observação e reflexão para o levantamento de informações antes de resolver um problema. Tal postura é relevante uma vez que raciocínio proporcional é uma capacidade mental necessária para os alunos compreenderem os contextos, as aplicações matemáticas e sejam capazes de relacioná-los na resolução de problemas.

Trata-se de criar situações apropriadas para maior envolvimento dos alunos na construção de significados para si, trabalhando com imagens, esquemas e representações de modo a mobilizar, articuladamente, as dimensões sociais, mentais e emocionais conforme sugere a atividade anteriormente registrada.

Considerações Finais

O presente estudo investigou se o desenvolvimento da ideia de proporcionalidade é proposto no material didático EMAI e de que maneira, porém vale ressaltar que não foi tomado nesta investigação como objeto de análise de forma isolada, entendendo que, trata-se de um material didático oficial da proposta curricular estadual e todas as políticas nele presentes, entendendo ainda, que o conhecimento não é neutro e por isso deve ser constantemente questionado e ampliado.

Ao analisar o material EMAI destinado aos alunos, se o professor somente o utilizar, para introduzir a ideia de proporcionalidade, o conhecimento a ser apropriado ficará sem significado, limitando-se ao campo do conhecimento empírico, uma vez que, a abordagem inicial no caderno do aluno sobre o conceito de proporcionalidade, se resume à apresentação de atividades.

Com relação ao material destinado ao professor, são apresentadas algumas sugestões de encaminhamento das atividades propostas, que podem favorecer o desenvolvimento do conceito proporcionalidade, se forem organizadas de maneira que levem os alunos a atribuir sentido aquilo que estão aprendendo.

Contudo, faz-se necessário ainda, que os professores busquem outras situações potencialmente desencadeadoras que favoreçam a aprendizagem, bem como o desenvolvimento do pensamento teórico, a exemplo disso, pode-se citar jogos, histórias virtuais e situações emergentes do cotidiano etc. Muitas vezes acreditamos que as crianças já realizam essas conexões com as situações reais, mas isso precisa ser construído sistematicamente. Portanto a compreensão do significado de número ultrapassa os muros da escola, e quando uma criança escreve um número não significa que ela realmente tem domínio, ou consegue aplicá-lo em diferentes situações do cotidiano.

O material didático é uma ferramenta importante para o trabalho do professor, fornecendo recursos, podendo ser usado para complementar a aula, servindo de apoio na organização dos conteúdos. No entanto, é importante lembrar que o material didático não deve ser o único recurso e muito menos engessar o trabalho a ser realizado em sala de aula, é imprescindível que o professor considere as necessidades individuais de cada aluno, oferecendo atividades diferenciadas e diversificadas que atendam a essas necessidades.

Com relação ao ensino e a aprendizagem, cabe ao professor conhecer e estudar o material didático a ser utilizado, bem como a teoria que o sustenta, sendo seletivo e atento, inclusive com a forma de organização e disposição das atividades, não sendo apenas mero executor desse material. Nesse sentido entendemos que o professor sozinho não dará conta de compreender todas as particularidades que envolvem o conceito de proporcionalidade, e necessitará de uma formação continuada que favoreça a construção e a reflexão sobre este tema. Só assim poderá atuar de forma efetiva na elaboração de seus planos de aula, propiciando atividades diferenciadas e que realmente favoreçam a aprendizagem.

Como já vimos, a aprendizagem se dá num processo interno, particular, de autotransformação, por isso a importância de avançarmos para desenvolver o pensamento teórico, que é a capacidade humana de representar pelo plano mental e de maneira subjetiva a realidade objetiva a partir de reflexão, análise, síntese e generalização subjetiva.

Atuar na zona de desenvolvimento proximal dos estudantes exige do professor, no caso da busca de apropriação da noção de proporcionalidade, uma compreensão ampla dos conceitos envolvidos com vistas à formulação de hábitos de problematizar, projetar, refletir e tirar conclusões. Sem essa capacidade de intervenção docente, o que resta é repetir situações do campo aditivo ou do campo multiplicativo de forma mecânica e repetitiva. O principal resultado que a didática centrada na associação de modelos produziu, no caso do processo de ensino e de aprendizagem matemática, foi a frustração e a aversão de contingente significativo de estudantes por essa área do conhecimento. Pior ainda, é constatar que esses estudantes revelam, por vezes, capacidade de raciocínio lógico e articulado em outras áreas do conhecimento.

À guisa de conclusão, é importante destacar ainda que o movimento que se nota na formulação das atividades voltadas ao desenvolvimento da ideia de proporcionalidade no projeto EMAI traz consequências para a organização dos currículos e programas de ensino de Matemática apontando para a necessidade de se avançar da concepção internalista, ou seja, do arranjo curricular pensado sob a óptica do modo como o matemático concebe a sua ciência, para uma concepção externalista na qual, sem desconsiderar o desenvolvimento da Matemática como conhecimento organizado, contemple também as suas relações com a realidade e com outras áreas do conhecimento,

em perspectiva transdisciplinar, um movimento a englobar as vivências, os motivos e as necessidades de aprender Matemática.

Referências

CERVO, Amado Luiz; BERVIAN, Pedro Alcino. **Metodologia científica**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

D'Ambrósio, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Moscou, Editorial Progreso, 1988.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. Os problemas psicológicos do processo de aprendizagem dos estudantes. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente. **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. E., V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro I**. Curitiba: Editora CRV, 2020. Coedição: Uberlândia: EDUFU, 2020, p. 169-171.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. Conteúdo e estrutura da Atividade de Estudo. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente. **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro I**. Curitiba: Editora CRV, 2020. Coedição: Uberlândia: EDUFU, 2020, p. 213-231.

DAVIDOV, Vasily Vasilovich. O conceito de Atividade de Estudo dos estudantes. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente. **Teoria da Atividade de Estudo: contribuições de Daniil Borisovitch Elkonin, Vasily Vasilovich Davidov e Vladimir Vladmirovski Repkin – Livro I**. Curitiba: Editora CRV, 2020. Coedição: Uberlândia: EDUFU, 2020, p. 189-211.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, Papirus, 2007.

FALZETTA, Ricardo. **É hora de ensinar proporção**. Entrevistada: Terezinha Nunes. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n. 161, abr. 2003.

FIGLIOLINI, Leandra Anversa. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da Teoria dos Campos**

Conceituais. 2010. 243 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/19011/000731685.pdf?sequence=1>. Acesso em: 03 set. 2020.

LE GOFF, Jacques. **História e memória.** Tradução de Bernardo Leitão et al. 5. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2003.

MIGUEL, José Carlos. FORMAÇÃO DO CONCEITO DE PROPORCIONALIDADE NA PERSPECTIVA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL. **Práxis Educacional**, [S. l.], v. 16, n. 41, p. 502-524, 2020. DOI: 10.22481/praxisedu.v16i41.6491. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/6491>. Acesso em: 19 maio. 2022.

PIRES, Célia Maria Carolino. Avaliação diagnóstica e seu uso no âmbito do projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI. **REVEMAT.** Florianópolis (SC), v.9, n. 1, p. 1-26, 2014.

ROSA, Josélia Euzébio da. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar:** inter-relações dos sistemas de significações numéricas. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2012. Tese de Doutorado.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **EMAI:** educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental; organização dos trabalhos em sala de aula, material do professor – primeiro ano. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. São Paulo: SE, 2013.

SEVERINO, Augusta Teresa Barbosa; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. O projeto EMAI: uma Análise de sua Estrutura Organizacional e seus Pressupostos Metodológicos. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 12, n. 3, p. 304-314, 2019.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures, *In*: LESH, Richard A.; LANDAU, Marsha (ed.). **Acquisition of mathematics concepts and processes.** New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

VERGNAUD, Gérard. La théorie de champs conceptuels. Recherches en didactiques de mathématiques. **Pensée Sauvage**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo, Martins Fontes, 1995.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo, Martins Fontes, 1989.

VYGOTSKY, L. S. **Psicologia Pedagógica. Edição Comentada por
Guilherme Blanck.** Porto Alegre, Artes Médicas, 2003.