UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Marília

CULTURA ACADÊMICA
Editora

A lógica e as lógicas:

sobre a noção de sistema formal e o princípio da liberdade lógica

Ricardo Pereira Tassinari
Itala M. Loffredo D'Ottaviano

Como citar: TASSINARI, R. P. ; D'OTTAVIANO, I. M. L. A lógica e as lógicas: sobre a noção de sistema formal e o princípio da liberdade lógica. In: GONZÁLES, M. E. Q. ; BROENS, M. C. ; MARTINS, C. A.(org.). **Informação, Conhecimento e Ação Ética.** Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012. p.153-168. DOI:https://doi.org/10.36311/2012.978-85-7983-344-1.p.153-168

A Lógica e as Lógicas: Sobre a Noção de Sistema Formal e o Princípio da Liberdade Lógica[1]

Ricardo Pereira Tassinari
Itala M. Loffredo D'Ottaviano

Introdução: a noção de sistema formal

De forma geral e resumida, para tratarmos da noção de sistema formal, a *Lógica* pode ser definida como o estudo das formas dos argumentos válidos.

Lembremos que um argumento, que parte de certas asserções (chamadas de *premissas* do argumento) e chega a uma asserção final (chamada de *conclusão* do argumento), é *válido* (por definição), se a conclusão segue necessariamente das premissas.

Em sentido amplo, essa é a própria definição de silogismo dada por Aristóteles (2005, p. 347):

[1] Apoio FAPESP.

DOI:https://doi.org/10.36311/2012.978-85-7983-344-1.p.153-168

O silogismo é um discurso argumentativo no qual, uma vez formuladas certas coisas [as premissas], alguma coisa distinta destas coisas [a conclusão] resulta necessariamente através delas pura e simplesmente.[2]

Podemos dizer, ainda de forma geral, que explicitar esse "necessariamente", ou mais exatamente, a *necessidade lógica* (por vezes denominada de *inferência válida* ou *inferência lógica*), foi, e continua sendo, um dos principais objetivos da Lógica.

Além disso, a partir de uma caracterização da necessidade lógica, estudamos também, na Lógica, os sistemas axiomáticos, que servem à sistematização de uma área do conhecimento na qual necessitamos de deduções e demonstrações. Vejamos então o que vem a ser o sistema axiomático a partir de algumas definições introduzidas informalmente para depois mostrar uma caracterização formal das mesmas.

Em geral, assumimos que uma *dedução* de uma asserção (chamada de *conclusão da dedução*) a partir de outras asserções (chamadas de *premissas da dedução*) é um argumento válido (sendo as premissas e conclusão da dedução, respectivamente, as premissas e conclusão do argumento).

Na sistematização de uma área do conhecimento, como as deduções sempre se apóiam em asserções anteriores, devemos aceitar determinadas asserções como primeiras para não cairmos em um regresso infinito; essas primeiras asserções, que aceitamos sem delas ter uma dedução, são chamadas de *axiomas.*

A partir dos axiomas, *regras de inferência* estabelecem então como passar de uma asserção à outra, em deduções e demonstrações, gerando asserções chamadas de *teoremas.* Notemos que as regras de inferência também são argumentos válidos.

Uma *demonstração* de uma asserção (ou seja, de um *teorema*) é uma dedução dessa mesma asserção a partir apenas dos axiomas.

Assim, axiomas, deduções, demonstrações e teoremas são partes integrantes dos sistemas axiomáticos estudados pela Lógica.

Contemporaneamente, para o estudo da forma dos argumentos válidos e dos sistemas axiomáticos, elaborou-se um recurso de análise,

[2] Tópicos I.1.100a 25, cf. também Analíticos Anteriores I.1.24b e Refutações Sofísticas 1.165a.1

denominado sistema formal (ou teoria formal). Essa noção nasce propriamente, na Filosofia da Lógica e da Matemática, com a corrente formalista, que toma como um de seus objetos de estudos os sistemas de operações[3] sobre signos gráficos[4].

Notemos que a corrente formalista referida aqui tem em David Hilbert seu principal representante e se constitui, principalmente, a partir de reflexões sobre as grandes sistematizações da Lógica, como os trabalhos de Johann Gottlob Frege (dentre eles, *Conceitografia: uma Linguagem de Fórmulas dos Pensamentos Puros Copiada da Aritmética*, de 1879, e *Leis Fundamentais da Aritmética: Exposição do Sistema*, de 1893-1903) e de Alfred North Whitehead e Bertrand Arthur William Russell (*Principia Mathematica*, em 3 volumes, publicados entre 1910-1913)[5].

Podemos dizer que um sistema formal é a parte sintática de um sistema axiomático. Com efeito, um sistema de signos e de operações sobre eles possui tanto uma parte semântica (relativa aos significados dos signos) como uma parte sintática (que aqui será considerada como as marcas no papel usadas para representar os significados[6]). Nesse sentido, as operações sobre a parte sintática dos signos representam operações sobre a parte semântica dos signos. A idéia é então estudarmos as relações e operações semânticas a partir das relações e operações sintáticas dos signos. A vantagem desse estudo é a de substituir elementos abstratos e invisíveis por outros elementos concretos e visíveis[7] e, a partir daí, definir, de forma mais rigorosa, noções lógicas como as de dedução, consequência sintática, demonstração e teorema.

Passemos então a uma definição geral de sistema formal.

---

[3] Ao leitor mais especializado na área, observamos que o termo *operação*, neste trabalho, designa uma função matemática parcial; *i.e.*, uma função f que associa, a cada elemento (ou lista de elementos) de um domínio D, para o qual f está definida, um elemento de D, podendo não estar definida para todo elemento (ou lista de elementos) de D.

[4] Cf. Bocheński (1966, p. 299, 306-307).

[5] Cf. Kneale, W. e Kneale, M. (1962, p. 697) e Bocheński (1966, p. 299).

[6] Distinguem-se, relativamente à parte sintática de um signo, *tipo* e *ocorrência* (em Inglês, *type* e *token*). Por exemplo, para um mesmo tipo "u" podemos ter várias ocorrências, como no caso da palavra "Curupira". Podemos então operar sobre os tipos operando sobre as ocorrências.

[7] Cf. Frege (1983) e Shoenfield (1967, p.2).

Definição 1: Um sistema formal (ou teoria formal) se constitui dos seguintes elementos.

1. Um conjunto de signos, chamado de *alfabeto* do sistema formal. Dado o alfabeto do sistema formal, podemos definir seu conjunto de expressões, sendo que uma *expressão* do sistema formal é qualquer sequência finita de signos do alfabeto.
2. Um subconjunto do conjunto de expressões do sistema formal, cujos elementos são denominados de *fórmulas-bem-formadas* do sistema formal ou, simplesmente, de *fórmulas* do sistema formal (a *linguagem* do sistema formal constitui-se então do alfabeto e das fórmulas do sistema formal).
3. Um subconjunto do conjunto de fórmulas do sistema formal, cujos elementos são denominados de *axiomas* do sistema formal.
4. Um conjunto de relações entre fórmulas do sistema formal, que são chamadas de *regras de inferência* do sistema formal (as *premissas* ou *hipóteses* da regra de inferência são as fórmulas às quais se aplica a regra para, a partir delas, obter-se uma nova fórmula, chamada de *conclusão*, ou *consequência imediata,* da regra de inferência)[8].

Em um sistema formal, os axiomas são, usualmente, classificados em *axiomas lógicos e axiomas não-lógicos,* que correspondem, respectivamente, na Lógica Tradicional[9], aos axiomas e postulados de uma teoria[10], distinção essa que remonta ao próprio Aristóteles[11]. Podemos dizer, em poucas palavras, que os axiomas lógicos são "as verdades da Lógica", enquanto os axiomas não-lógicos são "as verdades do domínio particular estudado".

Dados os elementos de um sistema formal **S**, podemos então definir, rigorosamente, as noções de demonstração, teorema, dedução e consequência sintática. Terminemos esta seção introduzindo estas definições.

---

[8] Notemos que as regras de inferência são operações sobre fórmulas (no sentido empregado na Nota 1) e, consequentemente, operações sobre signos (pois, estamos considerando que uma expressão, isto é, uma sequência de signos, ainda é um signo).

[9] Usaremos, como se faz habitualmente, o termo *Lógica Tradicional* para designar a teoria lógica de Aristóteles (principalmente a teoria dos silogismos) e suas posteriores sistematizações.

[10] Cf. Eves (2004, p. 179).

[11] Cf. Aristóteles (Analíticos Posteriores 72a, 2005, p.255).

Definição 2: Uma demonstração de uma fórmula B em um sistema formal **S** é uma sequência de fórmulas $F_1, ..., F_n$ do sistema formal tal que:

1. Cada uma das F_i $(1 \leq i \leq n)$:

a) ou é um axioma do sistema formal **S**;

b) ou é uma consequência imediata de alguma regra de inferência de **S** a partir de fórmulas anteriores na sequência;

2. F_n é a própria fórmula B.

Definição 3: Um *teorema* do sistema formal **S** é qualquer fórmula para a qual existe uma demonstração em **S**.

Definição 4: Uma *dedução*, no sistema formal **S**, de uma fórmula B (chamada de *conclusão* da dedução) a partir de um conjunto Γ de fórmulas de **S** (chamadas de *premissas* ou *hipóteses* da dedução) é uma sequência de fórmulas $F_1, ..., F_n$ de **S** tal que:

1. Cada uma das F_i $(1 \leq i \leq n)$:

a) ou é uma fórmula de Γ;

b) ou é um axioma do sistema formal **S**;

c) ou é uma consequência imediata de alguma regra de inferência de **S** a partir de fórmulas anteriores da sequência;

2. F_n é a própria fórmula B.

Definição 5: Em um sistema formal **S**, uma fórmula B é uma *consequência sintática*, de um conjunto Γ de fórmulas de **S** se, e somente se, existe uma dedução de B, em **S**, a partir de Γ.

Em geral, escrevemos:

$$\vdash_S B$$

para denotar a existência de uma dedução, em **S**, da fórmula *B* a partir das fórmulas do conjunto Γ de fórmulas;

$$\Gamma, B \vdash_{\mathbf{S}} C$$

para denotar a existência de uma dedução, em **S**, da fórmula *C* a partir da fórmula *B* e das fórmulas do conjunto Γ de fórmulas; e

$$\vdash_{\mathbf{S}} B$$

para denotar que *B* é teorema de **S** (a idéia aqui é que a demonstração é um caso particular da dedução, uma dedução a partir de um conjunto vazio de premissas, e que $\vdash_{\mathbf{S}} B$ denota que existe uma demonstração para *B*, ou seja, *B* é teorema de **S**)[12].

Lógica contemporânea: a lógica e as lógicas

Introduzidas as definições de sistema formal, demonstração, teorema, dedução e consequência sintática em um sistema formal, podemos, então, discutir o papel dos sistemas formais na Lógica Contemporânea e sua relação com alguns usos do termo "lógica".

Como vimos, em geral, em um sistema formal ou teoria formal, os axiomas são divididos em axiomas lógicos e axiomas não-lógicos, sendo que os axiomas não-lógicos dizem respeito ao domínio específico do conhecimento que sistematizamos com a teoria. No caso de não termos axiomas não-lógicos, todos os axiomas do sistema formal são axiomas lógicos, o que significa que esses axiomas, juntamente com as regras de inferência, regulam as inferências válidas (demonstrações e deduções) e determinam as proposições demonstráveis (os teoremas) e, portanto, definem formalmente *a lógica estudada.*

Assim, a noção de sistema formal permite introduzir uma primeira acepção usual do termo "lógica":

---

[12] Notemos que, como as regras de inferência são operações sobre signos (confira Nota 6 acima), a demonstração e a dedução podem ser consideradas ainda operações sobre signos (que partem das premissas e dos axiomas e resultam, respectivamente, em teoremas e consequências sintáticas); o signo "$\vdash_{S}$", usado nos três casos acima, denota então a possibilidade de realização dessas operações.

Uma lógica, em sentido estrito, é um sistema formal

Com efeito, tanto Frege quanto Russell, nas obras citadas na seção anterior, propuseram sistemas formais que pretendiam sistematizar o conhecimento lógico e, também, parte do conhecimento matemático[13]. Já na Conceitografia (*Begriffsschrift*) de Frege, que exibe um sistema sintático que representa operações semânticas válidas realizadas na Lógica, podemos encontrar a crença de que a Lógica se deixaria expressar por um único sistema formal[14]. Mas a questão da existência de um único sistema formal para a Lógica se apresentou mais complexa do que parecia à primeira vista, como mostrará o desenvolvimento histórico posterior da Lógica.

Comentemos, então, a questão dos princípios lógicos, que nos sistemas formais são expressos pelos axiomas lógicos.

Na Lógica Tradicional, uma das exigências que se fazia em relação aos seus axiomas lógicos é que esses fossem auto-evidentes[15]. Dessa forma, os axiomas seriam imediatamente aceitos por qualquer um e não precisariam de demonstrações, o que evitaria uma regressão ao infinito para justificá-los, e garantiriam a veracidade das proposições apoiadas sobre eles. Porém, o critério para se determinar o que é ou não auto-evidente foi sofrendo uma extensão que, aos poucos, foi descaracterizando-o.

Um momento importante dessa descaracterização foi o da descoberta, por Bertrand Russell, da possibilidade de derivação de uma contradição no *Leis Fundamentais da Aritmética: Exposição do Sistema* de Frege[16]. Frege, em um *Postscriptum* ao segundo volume da obra[17], reconhece a existência do problema e expõe um outro paradoxo que ficará conhecido, posteriormente, como o *Paradoxo de Russell* (mas que, na verdade, é diferente daquele que Russel relata em sua carta). Expomos, a seguir, o Paradoxo de Russel em uma versão contemporânea.

[13] Ambos são considerados, na Filosofia da Lógica e da Matemática, representantes da corrente logicista, justamente por acreditar que conhecimentos matemáticos fundamentais (*e.g.* da Aritmética) poderiam ser deduzidos das sistematizações da Lógica propostas por eles.

[14] Podemos encontrar raízes dessa concepção na *lingua characteristica universalis* e no *calculus ratiocinator* de Leibniz. (Cf. Granger (1955), Blanché (1985), Kneale, W. e Kneale, M. (1962)).

[15] Cf. Aristóteles (2005, p. 254-255).

[16] A tradução da carta em que Russell comunica a Frege sua descoberta pode ser encontrada em Carta... (2012).

[17] Cf. Kneale, W. e Kneale, M. (1962, p. 659-660).

Parece auto-evidente que podemos assumir que a todo predicado está associada sua extensão, isto é, a classe dos objetos que o satisfazem. Assim, por exemplo, ao predicado "homem" está associada a classe dos homens. Vamos chamar tal classe de H. Por outro lado, temos que a classe dos homens não é um homem e, assim, a classe dos homens não pertence a si própria, ou seja, em uma notação contemporânea, $H \notin H$. Podemos então considerar o predicado "classe que não pertence a si própria" que, em notação contemporânea, pode ser expresso pela fórmula "$x \notin x$", ou seja, a classe x não pertence a x. Vamos chamar de R (em homenagem a Russell) a seguinte classe:

$$R = \{x \mid x \notin x\}.$$

Ou seja, R é a classe de todas as classes que não pertencem a si próprias. Podemos agora perguntar: R é uma classe que pertence a si própria, ou seja, $R \in R$? Ora, um elemento x pertence a R se, e somente se, não pertence a si próprio, ou seja, $x \notin x$; em signos:

$$x \in R \Leftrightarrow x \notin x.$$

A resposta a nossa pergunta é então:

$$R \in R \Leftrightarrow R \notin R,$$

o que é uma contradição!

Portanto, não é verdadeiro que a todo predicado está associada sua extensão, contrariando a aparência de auto-evidência evocada para justificar esse princípio.

A partir daí, como nos diz Haack (2002, p.36, grifo do autor):

> A resposta de Frege à descoberta da inconsistência foi admitir que ele nunca tinha realmente pensado que o axioma relevante fosse *tão* auto-evidente quanto os outros – um comentário que bem pode levar a um saudável ceticismo a respeito do conceito de auto-evidência.

Se a auto-evidência dos princípios assumidos foi se mostrando cada vez mais fraca e, também, difícil de ser caracterizada, por outro lado, a partir da meta-reflexão a respeito dos sistemas lógicos percebeu-se a possibilidade de se assumir outros princípios lógicos.

Com efeito, se podemos por em questão certos princípios, é porque eles não se mostram como necessários – "necessário" equivalendo a "não é possível ser de outra forma". E como um princípio (axioma) não pode ser demonstrado (pois, se o fosse, não seria verdadeiramente um "princípio"), neste caso, só resta uma argumentação retórica para justificá-lo. Aí começa a *possibilidade* de se ter diversos sistemas formais e, a partir daí, diversas lógicas[18].

Para citar um exemplo, consideremos um dos princípios basilares da Lógica Clássica, o Princípio da Não-Contradição, segundo o qual nenhuma proposição pode ser, ao mesmo tempo, verdadeira e falsa. Notemos que este princípio não pode ser demonstrado, por se tratar de um princípio. Notemos ainda que um princípio lógico deve se aplicar à totalidade das proposições e basta que se admita apenas um caso em que o princípio não valha, para que, portanto, ele deixe de ser um princípio. No caso do Princípio da Não-Contradição, se *admitirmos de fato* que há uma proposição que é verdadeira e falsa ao mesmo tempo, como por exemplo, o Paradoxo do Mentiroso[19], então, o Princípio da Não-Contradição deixa de valer para nós. Neste caso, deixam de valer algumas regras de inferência da Lógica Clássica, derivadas, como por exemplo, que de uma contradição tudo segue (que tem o belo nome latino *ad falsum quod libitum* ou, também, *ex contradictio sequitur quodlibet*). A partir daí, podemos elaborar sistemas em que a existência de contradições não torne os sistemas triviais, que são exatamente os sistemas chamados de *paraconsistentes*[20].

Mais ainda, como a linguagem do sistema formal é artificial e convencional, a aceitabilidade dos axiomas e das regras de inferência depende também da interpretação de cada um dos signos[21], ou seja, do que

---

[18] Para uma introdução a História da Lógica e o surgimento das lógicas não-clássicas, consulte D'Ottaviano e Feitosa, 2003.

[19] De forma resumida podemos explicar a admissão da existência do Paradoxo do Mentiroso da seguinte forma: seja "Paradoxo do Mentiroso" o nome dado à sentença "O Paradoxo de Mentiroso é falso". Admitimos então que essa sentença existe, já que a estamos exibindo, e que ela expressa uma proposição que é exatamente sua própria negação. Uma rápida análise nos mostra então que o Paradoxo do Mentiroso é verdadeiro se, e somente se, é falso, o que é uma contradição. Assim, se assumimos que o Paradoxo do Mentiroso existe e expressa sua negação, assumimos que existe uma contradição.

[20] Notemos que a paraconsistência nos permite admitir a existência do Paradoxo do Mentiroso sem que da existência dessa contradição infiramos que tudo pode ocorrer, pela regra do *ad falsum quod libitum*; na visão dos autores, é uma expressão de paraconsistência na metalinguagem.

[21] Cf. Haack (2002, p. 60).

chamamos *semântica do sistema formal.* Daí a dificuldade ainda maior em se estabelecer *um único* sistema formal que expressaria toda *a* Lógica.

Por exemplo, usualmente, o signo "$\wedge$" é utilizado para indicar a conjunção de duas proposições, isto é, que duas proposições tem que ser verdadeiras simultaneamente. Assim, se temos as sentenças B e C tais que:

$B \equiv$ "O homem é racional"

$C \equiv$ "O homem é mortal"

A fórmula "$B \wedge C$" é lida como "O homem é racional e mortal".

Uma das regras da Lógica Clássica é que, da premissa "$B \wedge C$", podemos inferir "$C \wedge B$". No caso, do exemplo acima, ela significa que, da premissa "O homem é racional e mortal", podemos concluir que "O homem é mortal e racional".

Entretanto, podemos considerar que a conjunção deva representar também uma ordem temporal, como no caso em que:

$B \equiv$ "O homem vive"

$C \equiv$ "O homem morre"

Neste caso, não podemos, da premissa "$B \wedge C$", inferir "$C \wedge B$", ou seja, não podemos da premissa "O homem vive e morre", inferir que "O homem morre e vive".

Essas duas interpretações da conjunção "$\wedge$" nos permitem então ver como a aceitabilidade dos axiomas e das regras de inferência dependerá da semântica estabelecida para ela e, portanto, da semântica do sistema formal.

Com a possibilidade de existir mais de um sistema formal que expresse inferências válidas e, portanto, várias formas de pensar, a Lógica passa, então, a ser um campo de estudo dos diversos sistemas formais (*lógicas* e teorias construídas sobre elas), seus pressupostos e consequências, bem como das semânticas a eles associadas. Nesse sentido, podemos estabelecer uma segunda acepção do termo "lógica", que designaremos pelo substantivo próprio "Lógica":

A Lógica, em sentido amplo, é uma disciplina, uma ciência, um ramo do saber, na qual se estuda diversos sistemas formais, e não se constitui, necessariamente, em apenas um sistema formal.

E, por isso, em Lógica, estudamos lógicas.

Por fim, identificamos, na literatura sobre Lógica, uma terceira acepção do termo "lógica", que também é usual:

O termo "lógica", como, por exemplo, em "Lógica Modal", é empregado para indicar uma sub-área da Lógica, na qual se estuda algumas noções conexas à Lógica e alguns sistemas formais a elas relacionados.

Vemos então como o movimento histórico de análise dos elementos da Lógica levou a mudanças fundamentais na área; não apenas criando uma nova terminologia, na qual o próprio termo "lógica" recebe diferentes acepções (vimos aqui, sem pretender sermos exaustivos, três acepções usadas), mas também e principalmente modificando nossa própria forma de entender o que é a Lógica[22].

A liberdade lógica e seu princípio

Como entender então esse panorama de evolução da Lógica?

Em uma primeira aproximação, podemos dizer que, na investigação lógica, o pensar, pensando sobre si mesmo, busca regras gerais subjacentes às suas inferências particulares, buscando estabelecer as leis lógicas. Também podemos dizer que os axiomas lógicos e regras de inferência de um sistema formal são princípios que expressam essas leis lógicas. Esses princípios não são demonstráveis (pois são "princípios") e necessitam de critérios para serem estabelecidos. Em especial, na Lógica Tradicional, o principal critério é o da auto-evidência. Entretanto, a auto-evidência dos princípios assumidos foi se mostrando cada vez mais fraca e, nesse sentido, cada vez mais difícil de ser caracterizada. Na meta-reflexão a respeito dos sistemas lógicos, percebeu-se a possibilidade de assumir outros princípios lógicos. Conjuntamente a essa possibilidade, como a linguagem do sistema formal é artificial e convencional, a aceitabilidade dos axiomas e das regras

[22] Sobre os fundamentos da Lógica assim concebida, recomendamos a leitura do livro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* do eminente lógico brasileiro Newton da Costa (DA COSTA, 1994).

de inferência depende também da interpretação de cada um dos signos, da semântica do sistema formal. Esse cenário mostrou a impossibilidade de se estabelecer *um único* sistema formal que expressaria, de forma unânime, toda *a* Lógica. Ora, na medida em que não é possível estabelecer *um único* sistema formal que expresse toda a Lógica, vários sistemas são possíveis. Porém, para que um sistema formal seja efetivamente regulador de nossas inferências, todas as inferências realizadas devem estar no sistema formal (devem ser demonstrações e deduções possíveis de serem representadas no sistema formal).

Nesse sentido, propomos então a seguinte interpretação:

1. podemos dizer que leis lógicas são leis que o pensamento *estabelece a si* próprio;
2. mas, na medida em que ele "estabelece a si" essas leis e pode manter-se efetivamente dentro delas, então, elas se tornam, efetivamente, leis para o pensamento;
3. nesse sentido, existe o que podemos chamar de *autodeterminação do pensamento*; e
4. logo, não se pode restringir, *necessariamente*, a forma lógica do pensamento em geral àquela de um cálculo lógico particular qualquer.

Nesse sentido, a auto-referencialidade dos conceitos e regras do pensamento é *auto-instauradora*[23] e permite estabelecer mais de uma lógica para o pensamento em geral.

Denominamos essa interpretação ou esse *factum*, para usar a terminologia de Granger[24], de *Liberdade Lógica* e o princípio que afirma existir a Liberdade Lógica de *Princípio da Liberdade Lógica.*

Nossa posição pode ser interpretada, segundo as categorias estabelecidas por Haack (1998, p. 291-292), como sendo um caso de pluralismo global; aqui pluralismo significa que "há mais de um sistema lógico correto" e global significa que

---

[23] Com efeito, nesse caso, a autodeterminação de um sistema lógico pelo e para o pensamento é um caso particular da auto-instauração da realidade por um conhecimento filosófico tal como exposto em Tassinari, 2007, p. 240-242.

[24] Cf. Granger (1989, p. 264, 275) e Tassinari (2007, p. 242).

> [...] princípios lógicos deveriam valer independentemente do assunto. Contudo [...] nega[mos] ou que os lógicos clássico e alternativo estejam realmente usando "válido"/"logicamente verdadeiro" no mesmo sentido, ou então que eles estejam realmente discordando sobre um e o mesmo argumento.

Com relação a não se poder restringir a forma do pensamento à de um *sistema axiomático*[25], notemos que não há um sistema axiomático completo já para o Cálculo de Predicados de Segunda Ordem[26] (e também para os de ordem superior, que ainda seguem princípios da Lógica Clássica, como o Princípio da Não-Contradição e o Princípio do Terceiro Excluído).

Mas, o que o Princípio da Liberdade Lógica afirma é bem mais que isso. Com efeito, o Princípio da Liberdade Lógica se expressa, em relação à constituição de sistemas formais, da seguinte forma: a escolha da linguagem estabelece o conjunto de fórmulas possíveis e esse conjunto já pode ser interpretado como um sistema formal, chamado, em geral, de *trivial*; a partir desse conjunto, temos então vários subconjuntos que, desde que tenhamos regras que permitam defini-los, essas regras também definem um sistema formal, uma lógica; podemos, a partir daí, estabelecer, para nós, que nosso pensar siga um desses sistemas formais; e, se, de fato, podemos nos manter dentro dessas regras, o sistema formal escolhido estabelece uma forma possível para o pensamento. É, portanto, a possibilidade de nos mantermos dentro das regras estabelecidas por uma lógica (sistema formal) que faz dela uma lógica possível.

Conclusão

Em resumo, podemos então considerar a Lógica como o estudo das diversas formas de expressão das leis do pensamento, enquanto livre pensamento, *i.e.*, daquele que pode dar as suas regras e torná-las efetivas. Ou ainda, na medida em que essa liberdade se estabelece pelo pensamento que se pensa a si próprio, enquanto meta-reflexão, a Lógica é o estudo das próprias formas do (auto)pensamento livre.

[25] Em termos mais técnicos o termo "sistema axiomático" indica "sistema formal recursivamente axiomatizável".

[26] Cf. Mendelson, 1997, p. 376.

Vemos assim, porque, nesse estudo, tornou-se importante e uma tarefa quase que obrigatória a um lógico contemporâneo que propõe uma nova lógica, não apenas determinar se um sistema formal **S** proposto é *decidível* – *i.e.*, se, para toda fórmula *F*, existe um método efetivo (algoritmo) para decidir se *F* é ou não um teorema de **S** –, mas também determinar o quanto **S** "cobre" do campo semântico que sistematiza, ou seja: estudar o que se chama usualmente de *correção e de completude* do sistema formal **S** em relação a uma semântica para **S**[27].

Podemos, então, dizer que a Lógica se nutre dos diversos resultados sobre os sistemas formais. E, enquanto o estudo do autopensamento livre, a Lógica se torna cumulativa e descobridora de suas próprias formas[28].

Notemos que essa concepção não está necessariamente em contradição com uma concepção platônica, usual na Lógica e na Matemática, da existência atual de um universo das formas (possíveis). Com efeito, nesse universo encontramos, também, as diversas formas dos sistemas formais e, portanto, as diversas formas do autopensamento estudadas pela Lógica; e o Princípio da Liberdade Lógica ainda se mantém válido na medida em que, apesar de se encontrarem no universo das formas possíveis, essas formas seriam aquelas do autopensamento, que ele explicita para si através de suas próprias escolhas.

Por último, podemos dizer que a Lógica enquanto disciplina caminhou, em seu movimento histórico, desde Aristóteles até o período contemporâneo, no sentido de se descobrir como estudo das formas válidas do autopensamento livre, ou seja, de efetivar e descobrir o Princípio da Liberdade Lógica.

[27] Para introduzir aqui as definições de correção e completude, podemos dizer, de forma bem geral e abstrata, que *estabelecer uma semântica* para um sistema formal **S** significa definir uma propriedade $\mathbb{P}$ para as fórmulas de **S**. Denotaremos, nesse caso, essa semântica por $\mathbb{S}_{\mathbb{P}}$. Por exemplo, no caso da Lógica Proposicional Clássica, a propriedade $\mathbb{P}$ é *ser uma tautologia*, *i.e.*, ser verdadeira em todos os casos possíveis de veracidade e falsidade das proposições atômicas que compõe a fórmula e, no caso da Lógica de Primeira Ordem, a propriedade é *ser válida*. Temos, então, as seguintes definições. *Definição.* Um sistema formal **S** é *correto, em relação a uma semântica* $\mathbb{S}_{\mathbb{P}}$, se todo e qualquer teorema de **S** tem a propriedade $\mathbb{P}$. *Definição.* Um sistema formal **S** é *completo, em relação a uma semântica* $\mathbb{S}_{\mathbb{P}}$, se toda e qualquer fórmula de **S** que tem a propriedade $\mathbb{P}$ é teorema de **S**.

[28] Podemos aqui identificar diferentes tipos de processos auto-organizados, porém reservamos para outros trabalhos a discussão mais detalhada desse tópico. Para uma discussão sobre Lógica e Auto-Organização, cf. Tassinari (2003).

Referências

ARISTÓTELES. *Órganon*: categorias, da interpretação, analíticos anteriores, analíticos posteriores, tópicos, refutações sofísticas. Tradução, textos adicionais e notas de Edson Bini. Bauru: Edipro, 2005.

BLANCHÉ, R. *História da lógica de Aristóteles a Bertrand Russell*. Trad. de António J. P. Ribeiro. Lisboa: Edições 70, 1985.

BLANCHÉ R.; DUBUCS, J. *História da Lógica*. Lisboa: Edições 70, 1996.

BOCHEŃSKI, I. M. *Historia de la lógica formal*. Trad. de Millán Bravo Lozano. Madri: Gredos, 1966.

CARTA de Frege para Russell. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/fregerussel/segundapagina.htm>. Acesso em: 20 out. 2012.

DA COSTA, N. C. A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. 2. ed. São Paulo: Hucitec, 1994.

D'OTTAVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. de A. *Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clássicas*. 2003. Disponível em: Disponível em: <ftp://ftp.cle.unicamp.br/pub/arquivos/educacional/ArtGT.pdf>. Acesso em: 12/12/12.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Trad. de Higyno H. Domingues Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.

FREGE, G. Sobre a justificação científica de uma conceitografia. In: PEIRCE, C. S.; FREGE, G. *Escritos coligidos, Sobre a justificação científica de uma conceitografia, Os fundamentos da aritmética*. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Os Pensadores, 3ª ed.) p. 177-276

______. *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschiftlich abgeleitet*. Iena: Pohle, 1903. v.2.

______. *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschiftlich abgeleitet*. Iena: Pohle, 1893. v.1.

______. *Begriffsschift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle: Nebert, 1869.

GRANGER, G.-G. *Por um conhecimento filosófico*. Trad. de Constança Marcondes Cesar e Lucy Moreira César. Campinas: Papirus, 1989.

______. *Lógica e filosofia das ciências*. São Paulo: Melhoramentos, 1955.

KNEALE, W.; K., M. *O desenvolvimento da lógica*. Trad. de M. S. Lourenço. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1962.

MENDELSON, E. *Introduction to mathematical logic*. 4. ed. London: Chapman & Hall, 1997.

HAACK, S. *Filosofia das lógicas*. Trad. de Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique Araújo Dutra. São Paulo: Ed. da Unesp, 2002.

SHOENFIELD, J. R. *Mathematical logic*. Boston: Addison-Wesley, 1967. (Addison-Wesley Series in Logic).

TASSINARI, R. Ciência cognitiva: ciência ou filosofia? In: BROENS, M. C.; COELHO, J. G.; GONZALEZ M. E. Q. *Encontro com as ciências cognitivas*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2007. (Encontro com as Ciências Cognitivas, 5).

______. *Incompletude e auto-organização:* sobre a determinação de verdades lógicas e matemáticas. 2003. 238 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.