

# Abordagem metodológica da temática grandezas e medidas na EJA:

uma perspectiva de aprendizagem desenvolvimental

José Carlos Miguel

Como citar: MIGUEL, José Carlos. **Abordagem metodológica da temática grandezas e medidas na EJA: uma perspectiva de aprendizagem desenvolvimental**. In : MIGUEL, José Carlos (org.). **Educa o de jovens e adultos: Teoria, Práticas e Políticas**. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acad mica, 2022. p. 441-470. DOI: <https://doi.org/10.36311/2022.978-65-5954-310-6.p441-470>



# Abordagem Metodológica da Temática Grandezas e Medidas na EJA: Uma Perspectiva de Aprendizagem Desenvolvimental

*José Carlos Miguel*<sup>74</sup>

## Introdução

O presente capítulo discute os fundamentos básicos de uma ação pedagógica voltada para a apropriação de ideias e conceitos matemáticos relativos à temática Grandezas e Medidas por estudantes da educação de jovens e adultos, a EJA. Tendo como base a forma como a literatura produzida trata do assunto, procedo à análise de situações matemáticas envolvendo esses conceitos de forma a responder basicamente à seguinte questão de pesquisa: “Como docentes e educandos podem lidar com o componente curricular Grandezas e Medidas na EJA de modo a incrementar o processo de formação de conceitos sobre esse conteúdo?”

Para tanto, valho-me de pesquisa bibliográfica sobre o assunto, de análise sobre a forma como o abordam na escola e de discussão sobre propostas de encaminhamento metodológico, com consequências sobre a forma de organização dos programas de ensino.

Como se sabe, trata-se de temática fundamental no processo de letramento matemático por permitir diversas interfaces com situações da vida cotidiana, se fazendo presente no amplo contexto das práticas

---

<sup>74</sup> Livre-Docente em Educação Matemática pela UNESP, Câmpus de Marília. Professor Associado vinculado ao Departamento de Didática e ao Programa de Pós-Graduação em Educação da UNESP, Câmpus de Marília.  
<https://doi.org/10.36311/2022.978-65-5954-310-6.p441-470>

sociais, na conexão com outros campos do conhecimento e com outros campos da própria Matemática.

O propósito, ao longo do texto, foi pensar estratégias para que docentes e discentes, tendo como base as suas próprias experiências da prática social, pudessem problematizar, refletir, trocar, discutir, argumentar, elaborar e se apropriar de novos saberes matemáticos, ampliando o alcance dos processos de leitura e de escrita, bem como ampliando os horizontes de letramento científico.

Preliminarmente, cumpre estabelecer que apesar das inúmeras tentativas de renovação dos programas e da metodologia de ensino de Matemática postas em prática nas últimas décadas no contexto brasileiro, ainda se nota no cotidiano das escolas de ensino fundamental uma forte tendência a tratar o conteúdo matemático como coisa pronta abdicando-se da possibilidade de se pensar a aprendizagem matemática como um processo de apropriação ou de construção conceitual.

Em geral, na escola básica as ideias relativas às grandezas e às medidas são exploradas mediante procedimentos algorítmicos baseados na transformação de múltiplos e submúltiplos das unidades-padrão de medidas de comprimento, superfície, massa, capacidade e volume, definidas pelo SI, o Sistema Internacional de Unidades. Apesar da validade e importância de uma discussão sobre a sistematização formal de unidades padronizadas de medidas, são as conexões que o estudante da EJA estabelece entre as ideias matemáticas, as demais áreas do conhecimento e as vivências culturais que conferem sentido e significado à atividade matemática. E, por vezes, essas relações se colocam no âmbito das medidas não padronizadas.

Sem embargo, a apropriação de conceitos sobre medidas não pode se resumir a deslocar vírgula para a direita ou esquerda nos seus registros numéricos e nem desconsiderar informações e ideias relativas a esses conceitos, incorporadas pelos alunos nas suas vivências cotidianas,

o dito “currículo oculto”, em especial, as noções sobre medidas não padronizadas às quais se referem os educandos da EJA quando medem grandezas em palmos, braças ou alqueires, ou ainda, em baldes de produtos vendidos nas feiras livres.

Tanto Giroux (1992, 1997) quanto Freire (2006, 2009), entre outros, apontam como entrave à constituição dos saberes docentes o desenvolvimento crescente de formas de controle, alienação e manipulação, com ênfase em uma abordagem técnico-burocrática do currículo e do processo de formação docente, o que culmina por afetar, sobremaneira, as práticas de sala de aula. Esse processo de não permitir ao docente pensar, de forma significativa e autônoma, sobre o seu próprio trabalho, traz consequências para a educação de jovens e adultos como, por exemplo, na desconsideração do já citado “currículo oculto” do qual os educandos são detentores ao ingressarem na escola.

Há de se observar na discussão sobre o conceito de “currículo oculto” algumas evidências como costumes, comportamentos, atitudes, orientações e valores a permitir a jovens e adultos o ajustamento da forma mais conveniente às estruturas e às formas de funcionamento do aparato escolar, por vezes, marcadas como descontextualizadas, injustas e antidemocráticas.

Vários pesquisadores abordam as questões relativas ao conhecimento anterior dos alunos, cada qual no contexto de seus interesses de pesquisa, cabendo

[...] ressaltar que a metodologia de aprendizagem que se baseia na transmissão direta de conhecimento, da cabeça do professor à cabeça da criança, sem que a última interaja com a matéria em processo de assimilação é a forma mais ineficaz de ensinar. Essa metodologia apenas carrega a memória do aluno, deixando assim apenas uma informação. O conhecimento não deve ser apenas transmitido ao

aluno; deve ser assimilado de modo interativo (ELKONIN, 2019, p. 164).

Embora o autor se refira expressamente às crianças, parece certo que o problema apontado se reveste ainda de maior importância relativamente aos sujeitos da EJA porquanto são atores sociais envolvidos em práticas nas quais o reconhecimento de grandezas e as ações de medição são fundamentais, inclusive, para sustentação da sobrevivência. Eles convivem com essas situações matemáticas diuturnamente, ainda que não dominem a tecnologia da leitura e da escrita, estão postas em contexto de uso social de noções de grandezas e medidas, em letramento matemático.

Em estudo no contexto de análise de dados do Indicador Nacional de Alfabetismo Fundamental (INAF), Lima e Bellemain (2004, p. 171) consideram que

[...] o desempenho insatisfatório dos sujeitos no campo dos conceitos e procedimentos associados às grandezas e medidas encontra explicação não apenas na metodologia de ensino predominante na escola, mas também em dificuldades no âmbito da epistemologia e da didática dos conceitos no campo das grandezas e medidas.

Por isso, nota-se no debate recente sobre a educação matemática encaminhamentos no sentido de deslocar o foco do discurso para o modo como o aluno aprende e para as influências de fatores socioculturais na consolidação do pensamento matemático, ampliando a discussão sobre como ensinar Matemática e aprofundando aspectos fundamentais de reconhecidas conexões entre tais dimensões.

É no âmbito dessas formulações iniciais que o presente estudo se justifica, abordando conceitos de reconhecida utilidade para a prática

educativa, os quais podem ser articulados com o estudo do espaço, das formas, dos números, das operações elementares, e, particularmente, com a perspectiva metodológica de resolução de problemas. E indicar, em linhas gerais, limites e possibilidades para transformação da cultura da Matemática escolarizada.

## **1 Base Teórica**

Na evolução histórica da humanidade, observa-se que as formas primitivas de medidas eram muito simples, por vezes, se utilizando de partes do próprio corpo. Ainda são muito comuns situações como medir com o palmo da mão a distância entre o jogador e a “cela” onde aquele deve acertar a bolinha de gude; ou demarcar com os pés ou passos o espaçamento entre supostas traves, feitas com gravetos ou pedaços de madeira, no futebol.

Na cultura brasileira isso, via de regra, causa confusão por conta de não ser uma medida padronizada, variando de pessoa para pessoa o seu comprimento. No entanto, nos Estados Unidos o palmo tende à padronização posto que corresponde a oito polegadas, ou aproximadamente 22 cm. Também por lá se usa o pé, medida originária da Grécia antiga e também adotada na Inglaterra, correspondente a 0,3038 m, ou exatamente 12 polegadas para esses povos.

A jarda, por seu turno, equivale a 3 pés ou 36 polegadas, ou seja, 91,44 cm. Muito usada nos Estados Unidos, principalmente para demarcar as “subidas” no futebol americano, especialmente no Super Bowl, tem como uma das versões folclóricas sobre a sua origem a de que corresponderia à distância entre o nariz e o polegar do braço estendido do rei Henrique I, da Inglaterra.

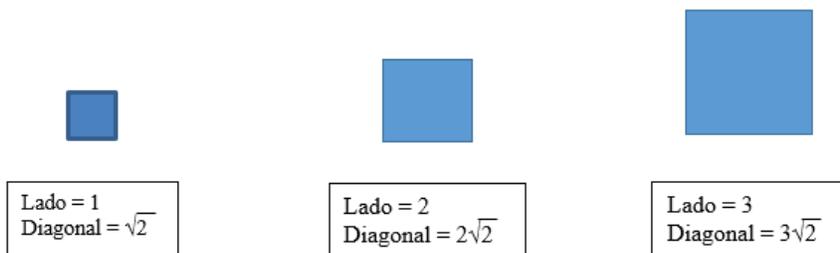
Já que nos referimos ao polegar, a polegada foi concebida como a medida média da segunda falange do dedo polegar, sendo padronizada como 2,54 cm no Sistema Métrico Decimal.

No contexto anglo-saxão há ainda a milha, correspondente a 1,609344 km, ou seja, para esses povos, 5280 pés, tal como foi padronizada em 1959. Embora mais utilizada em países de língua inglesa, sua origem é atribuída ao contexto da Roma Antiga, correspondendo a *mille passus*, em latim; assim, uma milha equivalia a 1000 passos para eles. Vê-se que a História da Matemática (BOYER, 2003) constitui mediação fundamental para a formação de conceitos matemáticos. Sem o apelo a ela, a Matemática não tem vida, não é processo dinâmico, é algo estático e fechado em si mesmo. Mas na escola brasileira, especialmente na de EJA, raramente se refere a alguma medida fora do Sistema Internacional de Unidades. E a Matemática deixa de se mostrar em evolução, a rigor, de ter vida.

Se é fato que na vida em sociedade as ideias e conceitos relativos às grandezas e às medidas se revelam necessários em quase todas as suas dimensões também é importante considerar que “A complexidade dos fenômenos associados às grandezas e medidas exige, de forma incontornável, múltiplas abordagens e diversos aparatos teóricos que as fundamentem” (LIMA; BELLEMAIN, 2004, p. 157).

Considerando-se que o estudo das grandezas e medidas, especialmente no ensino fundamental, deve ser incluído no rol dos conteúdos socialmente relevantes, posto que, além do seu caráter prático-utilitário, para dimensionamento de comprimentos de coisas ou objetos, capacidade de recipientes, massa dos corpos, superfície de entes geométricos e volume de recipientes ou sólidos geométricos, permite aos estudantes interessantes conexões com os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria.

Como exemplo, a introdução da ideia de número irracional se revela necessária se resolvemos registrar numericamente a medida da diagonal de um quadrado qualquer. Se ao olhar na representação geométrica temos uma percepção de exatidão, ao calcular o seu valor numérico notamos se tratar de uma decimal não exata:



Rigorosamente, no quadrado de lado igual a 1 a diagonal equivale a aproximadamente 1,4142...; no quadrado de lado 2 a diagonal seria 2,8284... de modo aproximado e no quadrado de lado 3 aproximadamente 4,2426...

Igualmente, convencionando-se a diagonal do quadrado de lado igual a 1 como um valor algébrico qualquer,  $x$ , por exemplo, as demais diagonais seriam  $2x$ ,  $3x$  e assim por diante. Da mesma forma, as áreas das figuras representadas seriam respectivamente, nas formas registradas, 1, 4 e 9. No entanto, convencionando-se que a medida do lado do primeiro quadrado seja  $m$ , as áreas dos quadrados seriam  $m^2$ ,  $4m^2$  e  $9m^2$ , respectivamente.

Pode-se perceber, então, a variedade de situações matemáticas envolvidas nas noções de grandeza e medida. E, também que tais situações permitem abordagem articulada das significações aritméticas, algébricas e geométricas. A propósito, essa é uma discussão presente em recentes reformas curriculares, a aterrorizar os docentes da educação básica inicial.

Mas, a rigor, o que são grandezas? O que é medir? O que podemos medir?

Uma resposta pedagógica para esses questionamentos não pode se resumir à clássica definição, informando aos alunos que medir é comparar grandezas de mesma natureza, segundo um padrão. Isso é importante, também, mas igualmente importante seria a contextualização conceitual, posto que a outra pergunta dos alunos poderia ser: o que é uma grandeza? Ou, tudo pode ser medido?

Por essas indagações, geralmente não respondidas aos alunos, parto do pressuposto de que a discussão sobre formação de conceitos matemáticos na EJA é sempre condicionada pela ideia segundo a qual o olhar sobre o ensino dessa ciência é uma consequência lógica do compromisso epistemológico que o professor assume, ou seja, de forma geral, esse debate opõe movimentos distintos, os quais carregam consigo metodologias de ciências específicas, porquanto determinam, também, perspectivas e concepções do ato de ensinar.

Nesse movimento, a ação de ensinar Matemática opõe uma ciência em processo de construção pelo homem a uma ciência construída, hermética e fechada em si mesma; uma ciência de face única e uma ciência de múltiplas faces; uma ciência provida apenas por abstrações, por vezes estéreis e não compreendidas, e uma ciência integrada à atividade humana, voltada à interpretação e compreensão da realidade.

Esse movimento pedagógico deve ter como pressuposto que

A escola deve ser um espaço não só para instrução, mas principalmente para a socialização e para criticar o que é observado e sentido na vida cotidiana. Isso pode estimular a criatividade levando a uma nova forma de pensar. A vida é caracterizada por estratégias para sobreviver (todos os comportamentos e ações básicas, visam “como” sobreviver), que é comum a todas as espécies,

e para transcender (entender e explicar fatos e fenômenos, indo além da sobrevivência e perguntando “por quê”), que é um traço único das espécies *homo*. As estratégias de sobrevivência e de transcendência são geradas por cada indivíduo e, graças à sociabilidade e comunicação, são partilhadas e socializadas com outros e constituem a cultura do grupo. Tudo isso é ignorado na abordagem tradicional, mecanicista, da Educação Matemática (D’AMBROSIO, 2018, p. 201, aspas do autor).

Uma consequência imediata para a desejável transformação da cultura da Matemática escolarizada é a compreensão pelos professores de que é ao aprender que o sujeito se desenvolve, não o contrário, de forma tal que se trata de processo pedagógico muito dinâmico, em diferentes níveis de compreensão, impondo a superação de paradigmas sobre a construção de conhecimento.

Daí, a tomada de decisão pedagógica, isto é, como ensinar para que os educandos aprendam, opõe, também, um ensino que forma o homem que calcula, alheio à realidade, e o ensino que forma o homem que pensa o sentido da existência; o homem que aplica fórmulas tomadas como verdades absolutas e o homem que raciocina, questionando a coerência do que é elaborado conceitualmente.

Vergnaud (1996) discute concepções relativas à teoria dos campos conceituais, apontando para proposições relevantes acerca da formação de conceitos matemáticos. O autor explora um conjunto de proposições teóricas referentes à ideia de situação e de ação dos sujeitos nas situações abordadas. Esclarece que a definição de conhecimentos se relaciona de modo dialeticamente articulado tanto ao saber fazer, resolvendo problemas, como ao saber expressar, explicitando os objetos e a suas propriedades.

A atuação docente na mediação se configura exatamente na escolha das situações, acompanhando a ação cognitiva dos alunos

durante a resolução dessas situações. Nesse sentido, a teoria dos campos conceituais possibilita ao docente uma perspectiva didático-metodológica que se volta à forma de compreender a aprendizagem, além do delineamento de estratégias com vistas ao seu desenvolvimento intelectual. Ou seja, em síntese, para o pensamento de Vergnaud (1996) um conceito adquire significado por meio de situações e da resolução de problemas e isto não significa desconsideração da dimensão teórica dos conceitos.

Nessa linha de raciocínio, o autor descarta a ideia segundo a qual para apreender um conceito basta a apresentação clara, organizada e rigorosa de conceitos formalizados, como acreditam alguns professores, que fazendo desta forma basta para os alunos aprenderem. Há uma relação dialética entre a conceitualização e a resolução de problemas; é mediante situações de resolução de problemas que os conceitos se formam nos educandos, mas as ações significativas para eles podem estar muito distantes da formalização, embora ela certamente exerça um papel na elaboração conceitual (MIGUEL, 2018).

Por isso, cada conceito tem várias propriedades e cada propriedade tem que ser examinada na situação de forma a verificar a sua pertinência ou não. Daí, que a abordagem metodológica das noções geométricas ou de grandezas e medidas não depende, em princípio, das competências de ler ou escrever, embora elas desempenhem funções importantes no desenvolvimento intelectual.

Possivelmente, a análise dos objetos ou figuras, reconhecendo regularidades, estabelecendo relações, coordenando ações ao inserir os objetos em um sistema, conjecturando e buscando transcender ao que é imediato à exploração sensorial tenha maior importância nesta etapa da alfabetização matemática. Atente-se o leitor: aqui falo de alfabetização, mesmo, no sentido de tecnologias para ler e escrever em ambientes matemáticos e não de letramento matemático em sentido estrito, qual

seja, as perspectivas de uso social do conhecimento matemático haja vista que isso já é sobejamente internalizado pelos educandos da EJA frente às vivências culturais que trazem para a escola. Sem embargo: o problema pedagógico é possibilitar aos educandos diversas formas de representação das ideias matemáticas posto que apenas a representação difundida pela escola geralmente se revela distante das práticas socioculturais por eles desenvolvidas diuturnamente.

Nesse modo de compreender a formação de conceitos matemáticos a linguagem tem a função de comunicação e de representação, de forma tal que auxilia o pensamento e a organização da ação. Por isso, tanto a linguagem como a simbologia desempenham papéis muito importantes seja na conceitualização, seja na internalização da própria ação.

Isto significa que toda construção conceitual pressupõe a elaboração de um conjunto de representações simbólicas inter-relacionadas. Ao desconsiderar tal premissa, os docentes tendem a acreditar que aprender Matemática depende necessariamente de domínio prévio das competências de leitura e de escrita. Por isso, não raro o discurso docente de que primeiro ensina a ler e a escrever para somente após explorar conceitos matemáticos.

Evidentemente, é imperioso o estabelecimento da diferenciação entre o conceito e a sua representação; entre os significados conceituais e os sistemas de significantes que os determinam. É a ausência dessa diferenciação no pensamento lógico-matemático que cristalizam nos professores a crença de que os símbolos e as operações sobre eles constituam a essência do conhecimento matemático.

Para Vergnaud (1996), ler o real em termos de situação e em termos de objetos não tem necessariamente o mesmo significado. Ele compreende o real como um arcabouço de situações nas quais os

indivíduos se inserem de forma ativa e afetiva, o que pode ser entendido como uma relação sujeito-situação.

Destaco, então, que o conceito de situação em Vergnaud (1996) não tem o mesmo significado de situação didática desenvolvido por Brousseau (2008) no contexto da Teoria das Situações Didáticas porquanto o primeiro se refere ao sentido dado pela maioria dos psicólogos, ou seja, os processos cognitivos e as respostas do sujeito constituem funções das situações com as quais eles se defrontam.

Na perspectiva de Vergnaud, os conceitos formados pelos sujeitos são moldados pelas situações nas quais eles o utilizam e isto é válido seja para os conceitos cotidianos, seja para os conceitos científicos. Ele estabelece que variedade e história são duas ideias centrais com relação ao sentido da situação.

Isso nos permite considerar que em um campo conceitual desenvolve-se uma gama variada de situações nas quais as variáveis conduzem às diversas classes possíveis. Daí, o autor reconhece que a resolução de problemas desempenha um papel muito importante para a construção do conhecimento, sendo que muitos conhecimentos decorrem de capacidades que nos auxiliam na resolução das situações encontradas. O que exige conceitos para a efetiva análise e para enfrentar as situações. Tal corolário, de ciência para resolver problemas, tem sustentação relativamente a todo e qualquer conteúdo matemático, por mais refinado que seja o seu grau de abstração.

No entanto, as questões didáticas não se resolvem apenas no plano intrapsicológico; seguramente elas se configuram, particularmente, no contexto das relações sociais.

De acordo com Davidov (1988), é por meio da atividade prática, sempre social, do contato imediato com os objetos da cultura, contato esse mediado pelas relações sociais com pessoas mais experientes, que as características e as propriedades destes objetos passam a ser

interiorizadas, apropriadas pelo sujeito, constituindo uma representação mental dos objetos, de acordo com as necessidades do homem social.

Ao assim se posicionar, o teórico avança no sentido de abordar a especificidade do domínio das habilidades cognitivas e dos aumentos evolutivos da capacidade mental. Davydov (1982) defende que a escola deve impulsionar o desenvolvimento mental e pessoal dos alunos, conduzindo-os a pensar sobre os objetos da cultura e problemas da realidade, em contexto amplo e didático. Isso significa possibilitar a apropriação de conceitos científicos, o desenvolvimento do pensamento e das capacidades para o domínio progressivo de novos conhecimentos.

Leontiev (1978) afirma que a psicologia do homem está vinculada à atividade dos indivíduos concretos incluídos no sistema de relações da sociedade. Não se pode considerar a atividade desvinculada das relações sociais, pois desta maneira ela não existe. O autor explicita isso ao afirmar: “O homem encontra na sociedade não somente as condições externas as que deve acomodar sua atividade, como essas mesmas condições sociais contêm os motivos e os fins de sua atividade, seus procedimentos e meios” (LEONTIEV, 1978, p. 68).

Toda atividade psíquica, então, é um reflexo da atividade prática, transportando para a atividade subjetiva toda a atividade com objetos realizada no mundo cultural, objetivo. Claro que este transporte não ocorre de modo mecânico, mas implica a participação ativa do sujeito, processo denominado pela teoria histórico-cultural como objetivação, sempre determinado pelas relações sociais em que o sujeito se encontra envolvido.

Nesse sentido, Vygotsky (1995) explica que a formação dos conceitos não se dá por meio mecânico, como uma simples sobreposição de fotos retiradas da realidade. Há toda uma elaboração por parte do sujeito na constituição do pensamento natural, que ocorre no exato

instante em que ele atribui sentido para aquele momento todo de vivência.

Como afirma Davidov (1988), há que se desenvolver um trabalho educativo voltado à constituição pelo sujeito de capacidades e habilidades historicamente formadas e imprescindíveis à ação cotidiana. Não basta ensinar ao sujeito a função social de determinado objeto, é necessário que ele desenvolva, ou reproduza, as habilidades humanas que são inerentes a esse determinado objeto, a fim de usá-lo adequadamente.

Ao se apropriar das formas instituídas historicamente para o uso adequado dos objetos e dos conhecimentos, o sujeito se apropria de tudo aquilo que se encontra na esfera da cultura. É por meio da atividade prática, com objetos da cultura, que se torna possível a formação do que a teoria chama de “ideal”, uma forma interiorizada de sua existência real, material, cuja apropriação é viabilizada graças à comunicação verbal entre as pessoas, isto é, graças à linguagem.

Assim Davidov (1988, p. 20) se refere à tese da lógica materialista dialética:

[...] a forma originária, de partida e universal de existência da figura lógica é a atividade real, sensorial - prática do homem. O pensamento verbal pode ser compreendido cientificamente como forma derivada da atividade prática. Esta tese é, a nosso juízo, inaceitável para a lógica formal tradicional e para a psicologia tradicional do pensamento. Pelo contrário, esta tese é completamente legítima para a lógica materialista dialética e para a psicologia que se apoia consciente e conseqüentemente em seus princípios. Está claro que lógica e psicologia devem partir de uma compreensão comum da atividade que tende a realizar os objetivos do homem e de seus principais tipos. (DAVIDOV, 1988, p. 20).

De fato, o conhecimento matemático e o sistema de grandezas e medidas, em especial, são fundamentais para a solução de problemas

relevantes para a vida social. A ciência matemática pode ser compreendida como uma manifestação cultural resultante de um processo histórico de relações, crenças, valores e integração de costumes, a partir do qual se constitui um sistema de signos cujo substrato parece, por vezes, nada ter a ver com a realidade, dado o seu altíssimo grau de refinamento teórico.

Nesse sentido, é importante destacar que a Matemática escolarizada é apenas uma manifestação cultural, ou seja, uma das mais distintas formas nas quais ela se reveste e é desenvolvida pela atividade humana. A registrar, por essa razão, de maneira absolutamente plausível, que a Matemática tem um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento humano e científico, em qualquer área do conhecimento, influenciando de maneira objetiva e decisiva no desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

## **2 Abordagem Conceitual de Grandezas e Medidas: implicações pedagógicas da aprendizagem desenvolvimental**

Como apontamos anteriormente, para Leontiev (1978) a atividade é composta por necessidades, tarefas, ações e operações. No entanto, Davidov (2019), ainda que adote essa estrutura da atividade, considera que ela não se configura como meramente psicológica, mas tem caráter multidisciplinar. O próprio autor esclarece:

[...] o alcance de qualquer meta (objetivo) humana está relacionado com a transformação de determinada parte da realidade material ou social (onde não existe transformação, não existe realidade). A tarefa é resolvida durante a execução de ações bem definidas que entram na estrutura da atividade de Leontiev. Existem motivos correspondentes à execução de cada ação. Por sua vez, as próprias ações estão relacionadas com os objetos usados para sua execução

(no caso do trabalho são as ferramentas de trabalho). Dessa forma, junto com a tarefa podemos incluir na estrutura da atividade, as ações, os motivos e os meios (ferramentas). Essa é a principal diferença da estrutura da atividade de Leontiev (DAVIDOV, 2019, p. 293).

Pensando dessa maneira, a cada ação corresponde um dado motivo, de modo que as ações são executadas com eficácia quando há meios materiais, signos e símbolos disponíveis; vale dizer, as tarefas podem se situar no plano da percepção, do pensamento, da memória ou da imaginação. São processos cognitivos mediante os quais a pessoa encontra o caminho para a resolução de uma dada tarefa.

Tais conjecturas são importantes haja vista que o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico e o próprio ato de estudar especificamente grandezas e medidas têm contribuído para auxílio ao homem não apenas na estruturação de seu pensamento como também na construção de ambientes para se abrigar, no transporte, na navegação, na arte, no trabalho em geral e em muitas outras atividades que justificam a sua presença nos programas de ensino de Matemática.

No caso da escolarização inicial da EJA, desenvolver um processo de aprendizagem significativa em geometria, enfatizando as concepções de grandezas e medidas, impõe conduzir o aluno à exploração do espaço e das relações entre os objetos nele contidos com vistas à percepção das características desses objetos do meio físico com os quais convive, compreender como é possível localizar tais objetos e mesmo deslocá-los no espaço bem como desenvolver a capacidade de percepção e de estabelecimento de relações entre as propriedades das figuras, cujos modelos podem ser identificados nos próprios objetos de sua realidade.

Mas, retomemos uma provocação anterior: o que é medir? O que medimos? O que são grandezas? Medimos um objeto ou coisa, ou medimos uma característica de um objeto ou de uma coisa?

Tomemos, a título de exemplo, uma embalagem de leite condensado confeccionada em papel cartão. O produto apresenta muitas propriedades e características como a cor, a massa, o volume, o teor de açúcar, a quantidade de corantes, a consistência, a durabilidade, etc. Muitas pessoas podem se interessar pelo leite condensado. O confeitoiro pode querer saber a quantidade, em gramas, necessária para colocar em um confeito; o fabricante pode querer saber a quantidade de leite condensado a comportar em uma caixinha com formato de paralelepípedo medindo 6,5 cm de comprimento, 4 cm de largura e 12 cm de altura para saber a quantidade de leite condensado a ser produzida para comercializar 500.000 caixinhas do produto; e, um médico pode se interessar em saber qual é o teor de açúcar do produto para controlar a dieta de um paciente.

Em qualquer das formas de abordagem do recipiente com leite condensado, os motivos que levaram o confeitoiro, o fabricante ou o médico a se interessarem por medidas relacionadas ao leite condensado são muito diferentes. No entanto, todos estavam interessados nas medidas de dimensões ou características do produto: a massa, o volume e a densidade ou teor do açúcar do leite condensado.

Desse modo, é impreciso afirmar que se pretende medir o leite condensado adquirido. O que pode se medir é a massa de leite condensado, o volume ocupado por ele ou a densidade do produto em questão. Todas as dimensões ou características do leite condensado que podem ser medidas são denominadas de grandezas. No entanto, a cor do leite condensado, embora seja uma característica do produto, não é uma grandeza porque não pode ser medida ou contada.

Então, além de grandezas que podem ser medidas existem as grandezas passíveis de contagem, como a quantidade de laranjas em uma cesta, a quantidade de jogadores de um time de futebol, os moradores de uma cidade, os alunos de uma classe, etc. Em decorrência dessas relações conceituais não medimos uma pessoa, mas a sua altura; não medimos uma caixa d'água, mas o seu volume; não medimos uma mesa, mas a sua largura ou o seu comprimento.

E como tem sido na escola? Em geral, se define, como já afirmado, que medir é comparar grandezas de mesma natureza, segundo um padrão. E, de pronto, porque é preciso cumprir o conteúdo programático, se coloca a fazer transformações de unidades do Sistema Internacional, o SI.

Discutir o conceito de grandeza? Pensar a possibilidade de medidas não-padronizadas para mostrar a necessidade de se medir segundo um padrão reconhecido? Nem pensar... Para que se interessar pelo alqueire uma vez que tem um valor no estado de São Paulo, outro em Minas Gerais e outro, muito diferente, na Amazônia? Melhor avançar apresentando logo o SI, padronizado, oriundo da Europa, dirão os docentes que concebem a Matemática como coisa pronta.

Essas reduções, tomadas como pragmáticas, fazem parte do fazer cotidiano da escola e, no caso da EJA, pode trazer consequências nefastas para o desenvolvimento intelectual dos educandos a julgar pela força do processo migratório em um país de dimensão continental.

Discutir essas particularidades das ideias matemáticas pode produzir sentidos de aprendizagem e possibilitar a negociação de significados por resgatar a historicidade do desenvolvimento dos conceitos matemáticos, ou mais precisamente, da História da Ciência:

[...] o nosso conhecimento do mundo tem historicidade. Ao ser produzido, o conhecimento novo supera outro que antes foi novo e

se fez velho e se “dispõe” a ser ultrapassado por outro amanhã. Daí que seja tão fundamental conhecer o conhecimento existente quanto saber que estamos abertos e aptos à produção do conhecimento ainda não existente. Ensinar, aprender e pesquisar lidam com esses dois momentos do ciclo gnosiológico: o em que se ensina e se aprende o conhecimento já existente e o em que se trabalha a produção do conhecimento ainda não existente. A “dodiscência” – docência-discência – e a pesquisa, indicotomizáveis, são assim práticas requeridas por estes momentos do ciclo gnosiológico (FREIRE, 2009, p. 28).

O pensamento de Freire e a tese de aprendizagem desenvolvimental, de natureza histórico-cultural, sugere a necessidade de se pensar, na abordagem da temática Grandezas e Medidas, como ponto de partida, a percepção intuitiva de medida que os jovens e adultos apresentam ao ingressarem na escola, as quais eles desenvolveram através de experiências com comparações de distâncias, tamanhos, pesos, volumes, tempo, entre outras, de modo a distinguir as suas naturezas.

Certamente os educandos da EJA já passaram por experiências utilizando medidas não padronizadas como por exemplo usando palmos, passos, dedos ou os pés. Em geral, ingressam na escola sabendo que podem usar palitos, pedaços de barbante ou canudos para medir uma dada dimensão, mas precisam desenvolver a consciência de inadequação ou incompletude desses instrumentos como forma de comunicação objetiva.

Precisam compreender que é adequado medir a distância entre dois pontos na folha do caderno usando centímetros, mas não seria adequado usar essa medida para estabelecer a distância entre Marília e a capital. Igualmente, que o número indica a medida de uma dada

dimensão, no caso, o comprimento, e que o número varia conforme varia o comprimento que foi tomado como unidade de medida.

Ao escolher uma unidade de medida para medir determinado comprimento, essa unidade poderá não caber um número exato de vezes no comprimento em questão, impondo a necessidade de dividir essa unidade em partes iguais, de modo que uma dessas partes caiba um número exato de vezes na unidade de referência, o que justifica a necessidade de outra dimensão conceitual de número, fracionário ou decimal.

No pensamento dos docentes, grandeza está relacionada com uma coisa ou objeto a ser medido, ou a algo que tem certo tamanho ou dimensão. Percebe-se que para eles grandeza pode ser grande ou pequena e pode ser sinônimo de medida.

Na verdade, é razoável compreender como grandeza aquilo que é suscetível de medida, de modo que quantidade é aquilo que é efetivamente medido e pode ser expressa por um número, a ideia de quantidade. Assim, quando afirmamos que o comprimento de uma sala é 4 m, a medida 4 m é uma quantidade assim expressa e o comprimento é um atributo do objeto, ou seja, é uma grandeza. No entanto, se essas concepções são cristalinas para os docentes, podem não ser para os discentes, exigindo atividades de estudo voltadas a desenvolver tal estrutura conceitual.

Não é pela aprendizagem funcional que essas relações de consolidam. Repkin (2019) observa que a aprendizagem desenvolvimental, em partes, como um elemento isolado, é impossível. Para ele, os métodos tratados separadamente dos sistemas poderão dar resultados apenas em parte, de forma alguma concretizando as possibilidades do sistema em geral:

Caracterizando as possibilidades da Aprendizagem Desenvolvidor mental como um sistema integral, deve-se notar que a mesma difere da aprendizagem funcional, sobretudo, pelo seu conteúdo. Esse parâmetro é muito difícil e determina todos os outros. O conteúdo da Aprendizagem Desenvolvidor mental, em oposição à aprendizagem funcional, visa a assimilação não dos modos particulares de ação, das habilidades e dos hábitos, mas dos princípios de ação. Estes, em essência, constituem o conteúdo do conhecimento teórico (REPKIN, 2019, p. 400).

Assim, após o exercício da medição com unidades não padronizadas, a necessidade de um comprimento específico, que sirva como unidade padrão deve ser paulatinamente justificada, como meio de simplificar e facilitar a comunicação entre as pessoas.

O trabalho com o metro, seus múltiplos e submúltiplos deve ressaltar a relação decimal entre eles, ou seja, buscando reconhecer que uma unidade de medida é sempre igual a 10 vezes a anterior, tal como funciona o sistema de numeração decimal. De igual modo, é momento para explorar a etimologia das palavras no sentido de que um centímetro é a centésima parte do metro ou que o prefixo quilo significa mil vezes, ou seja, um quilômetro é igual a 1000 metros.

Nessa ação pedagógica é mais importante, nesse momento da escolarização inicial, a ênfase maior nas relações do que na transformação de unidades, por vezes, sem compreensão. Além disso, tal ênfase deve ser posta inicialmente na conversão de unidades de medidas usuais como  $10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$ ;  $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$  ou  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ , para depois evoluir no sentido de generalização para outras unidades de medida menos utilizadas.

A essa altura, deve ficar estabelecido que duas grandezas são comparáveis numericamente se formarem uma mesma classe, ou seja, se a classe for constituída de grandezas com atributos de mesma espécie ou

natureza. Isso permite a mensuração da altura de um prédio ou de um homem usando a medida em metros já que tanto o prédio quanto o homem têm o mesmo atributo, a dimensão altura ou comprimento.

No caso de medidas de capacidade e massa, o sistema de relações tem o mesmo funcionamento e os procedimentos são análogos aos das medidas de comprimento, variando as medidas igualmente em base decimal. No caso das medidas de capacidade, o trabalho com unidades não padronizadas, por exemplo, medindo a água de um recipiente em copos grandes, médios ou pequenos pode favorecer a apropriação da noção de necessidade de medidas padronizadas como perspectivas de generalização e de facilidade para comunicação.

Davidov e Márkova (2019) definem esse movimento pedagógico para a constituição da Atividade de Estudo nos seguintes termos:

- 1) Compreensão pelo aluno das tarefas de estudo. A tarefa de estudo está intimamente relacionada com a generalização substantiva (teórica). Seu propósito é levar o aluno a dominar as relações generalizadas na esfera do conhecimento a estudar, e estimulá-lo a dominar novas formas de atuação. A aceitação da tarefa de estudo, pelo aluno, “para si mesmo” e sua formulação autônoma está intimamente relacionada com a motivação para aprender (...).
- 2) A realização, pelo estudante, das ações de estudo – com uma organização correta do processo de aprendizagem, que se orientam pelo objetivo de revelar as relações gerais, os princípios orientadores, as ideias-chave de uma dada esfera do conhecimento, de modelar essas relações, de dominar os modos de transição das relações universais para a sua concretização e vice-versa, bem como os modos de transição do modelo para o objeto e vice-versa.
- 3) A realização, pelo próprio estudante, das ações de controle e avaliação. (DAVIDOV; MÁRKOVA, 2019, p. 199-200).

Pensar o trabalho pedagógico em Matemática nesse contexto teórico exige pensar a formação inicial e contínua de um professor que possa discutir, analisar, refletir e tomar decisões bem fundamentadas acerca do próprio trabalho que desenvolve. Daí, compreender a ação pedagógica na sala de aula de Matemática como uma perspectiva de ensino voltada para a formação de conceitos traz consequências para a organização dos programas de educação matemática de jovens e adultos.

De forma geral, os diagnósticos sobre o ensino dessa disciplina apontam para dificuldades de compreensão das diretrizes emanadas das recentes tentativas de reformas curriculares e de renovação dos programas de ensino de Matemática que tentam incorporar conquistas importantes da pesquisa em educação.

Ainda se mostra latente uma abordagem do conhecimento fragmentado dos professores acerca das teses envolvidas nas reformas curriculares e nas diretrizes pedagógicas atinentes à formação de conceitos matemáticos. Some-se a isso a dificuldade dos professores para compreender que a atividade representativa valoriza a atividade cognitiva do educando, sujeito social portador de ideias, valores e modelos herdados do grupo sociocultural ao qual pertence e a resultante se constitui por desconsiderar que concepções e representações dos educandos e dos educadores da EJA refletem o sentido que dão às suas experiências na vida social, ou seja, os sujeitos são produtores de sentido, mas são igualmente reflexos da sociedade a qual pertencem.

A abordagem de conceitos matemáticos em perspectiva desenvolvimental se mostra relevante porquanto o educando da EJA insere-se em um contexto social que se encarrega de lhe emitir variadas informações que são geradas e percebidas pela exploração do espaço ao seu redor. Quando aborda a temática grandezas e medidas na escola já cumpriu, sem exagero, importante etapa do desenvolvimento cognitivo

que tem, inicialmente, caráter essencialmente pautado na experiência sociocultural.

De forma contraditória, por vezes, vivencia um vasto arco de relações que partem de conceitos específicos sobre o Sistema Internacional de Unidades que se mostram um tanto distantes daquilo que já conhece. É pela perspectiva da aprendizagem desenvolvimental que tal situação pode ser revertida porquanto se rege pela busca de constituição de vasto arco de relações e explicações causais.

Na perspectiva indicada de Vygotsky (1988) é possível considerar que se o professor explora o fato matemático apenas no plano do conhecimento generalizado, sem contextualizá-los, ele pouco pode auxiliar o desenvolvimento da zona proximal e promover uma alteração significativa no pensamento do educando adulto. Além disso, considere-se que

A atitude primordial e imediata do homem, em face da realidade, não é a de um abstrato sujeito cognoscente, de uma mente pensante que examina a realidade especulativamente, porém, de um ser que age objetivamente e praticamente, de um indivíduo histórico que exerce a sua atividade prática com a natureza e com os outros homens, tendo em vista a consecução dos próprios fins e interesses, dentro de um determinado conjunto de relações sociais. Portanto, a realidade não se apresenta aos homens, à primeira vista, sob o aspecto de um objeto que cumpre intuir, analisar e compreender teoricamente, cujo polo oposto e complementar seja justamente o abstrato sujeito cognoscente, que existe fora do mundo e apartado do mundo; apresenta-se como o campo em que se exercita a sua imediata prática-sensível, sobre cujo fundamento surgirá a imediata intuição prática da realidade. (KOSIK, 1986, p. 9-10).

Isso posto, o estudo do pensamento geométrico, particularmente no que tange especificamente à temática grandezas e

medidas na escola deve propiciar aos alunos a possibilidade de relacionar as ideias matemáticas, como um todo uno e indivisível, ao desenvolvimento da competência espacial que cumpre três etapas essenciais: espaço vivido (espaço físico vivenciado pelo deslocamento e exploração física), espaço percebido (para lembrar-se dele, o sujeito já não precisa explorá-lo fisicamente) e espaço concebido (estabelecimento de relações espaciais pelas suas representações: figuras, plantas, mapas, diagramas, etc.).

Esclareço com isso, que as percepções, concepções e representações da realidade consolidam, em seu conjunto, arcabouço conceitual amplo e complexo, base de edificação do pensamento científico.

Assim, ao longo do desenvolvimento intelectual o sujeito internaliza formas culturais de comportamento e apreensão da realidade, em um percurso histórico-cultural no qual as funções psicointelectuais superiores tomam forma tanto nas atividades coletivas e sociais, chamadas por Vygotsky (1988) de funções intersíquicas, quanto nas propriedades internas do pensamento, as funções intrapsíquicas.

Disso decorre que as funções psicológicas superiores, baseadas na operação com sistemas simbólicos, se constituem de fora para dentro do indivíduo, ou seja, as alterações nas formas práticas de atividade, em especial, a reorganização da atividade com base na escolarização formal, produzem mudanças qualitativas nos processos de pensamento dos indivíduos.

A exploração das experiências do educando jovem ou adulto, sob o nosso ponto de vista, tende a melhorar os resultados do processo de ensino e aprendizagem visados na relação educando-educador porquanto permite que os estudantes compreendam melhor a realidade na qual se inserem a partir dos conteúdos ensinados.

Para Vygotsky (1988), o processo de internalização se equipara à reconstrução interna de uma operação externa em processo que consiste em um conjunto de transformações nas quais uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente, isto é, o processo interpessoal é transformado em processo intrapessoal, resultado de uma série de acontecimentos ocorridos ao longo do desenvolvimento intelectual.

Pensar da forma proposta pelo autor impõe uma profunda revisão nos modos de difusão do conhecimento matemático, especialmente da temática Grandezas e Medidas, ora em vigência.

### **Considerações Finais**

A trajetória descrita no texto enuncia fatores condicionantes da ação didático-pedagógica a se desenvolver na busca de tratar a Matemática como coisa em construção, a qual tem por base a crença na forma de constituição da atividade de estudo, situando os educandos em contexto de relações pautadas pela intersubjetividade, pela ação sobre a realidade com objetivo de transformar suas formas de percebê-la, vivê-la e concebê-la.

Considerando a Matemática como uma forma de comunicação dotada de uma característica fundamental não notada em nenhum outro sistema linguístico, qual seja, a de uma linguagem com tendências à universalização, o não desenvolvimento da capacidade de matematização de aspectos quantitativos da realidade imediata submete o sujeito à condição de leitor incompetente, de analfabeto funcional, mesmo, haja vista que sua capacidade de análise e interpretação se torna bastante reduzida.

Podemos considerar também que a inserção harmoniosa dos sujeitos da EJA no mundo do trabalho e de relações sociais complexas,

no qual os meios de produção se transformam cotidianamente, exigindo sujeitos capazes de absorver informações com rapidez, propor e resolver problemas com criatividade implica na compreensão e na tomada de decisões em face de questões sociais contemporâneas tais como a sustentabilidade, a educação ambiental, a fome, a pobreza, as relações de empregabilidade, etc.

Essas questões exigem do educador da EJA a sensibilidade e a compreensão de princípios salutareos ao desenvolvimento de várias dimensões do conhecimento matemático em suas diferentes representações, estatística, probabilística, algébrica e geométrica, ainda no âmbito do ensino fundamental de modo a ampliar o alcance da sua capacidade de comunicação e compreensão de fatos da realidade.

A busca de construção de uma educação matemática inicial, de qualidade e para todos os cidadãos, constitui desafio que passa por inculcar nas concepções de educadores e educandos a ideia de que é possível construir Matemática, tratando-a como um sistema de conceitos, procedimentos e atitudes com vistas à consolidação dos processos de leitura e escrita.

## **Referências**

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza Gomide, 2ª edição. São Paulo, Edgard Blücher, 2003.

BROUSSEAU, G. **Introdução à Teoria das Situações Didáticas**. São Paulo, Ática, 2008.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. **Estudos Avançados**, 32(94), 2018.

DAVIDOV, V. V. **Tipos de generalización em la enseñanza.** Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DAVIDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación psicológica teórica y experimental. Moscou, Editorial Progreso, 1988.

DAVIDOV, V. V. Uma nova abordagem para o entendimento do conteúdo e estrutura da atividade. *In:* PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo:** contribuições de D. B. Elkonin, V. V. DAVIDOV e V. V. REPKIN – Livro I, p. 289-300. Curitiba, PR: Editora CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019.

DAVIDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. K. O conceito de atividade de estudo dos estudantes. *In:* PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo:** contribuições de D. B. Elkonin, V. V. DAVIDOV e V. V. REPKIN – Livro I, p. 191- 213. Curitiba, PR: Editora CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019.

ELKONIN, D. B. Atividade de Estudo: sua estrutura e formação. *In:* PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo:** contribuições de D. B. Elkonin, V. V. DAVIDOV e V. V. REPKIN – Livro I, p. 159-168. Curitiba, PR: Editora CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro, Paz e Terra, 2006.

GIROUX, H. **Os professores como intelectuais – Rumo a uma Pedagogia crítica da Aprendizagem**. Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre, Artes Médicas, 1997.

GIROUX, H. **Escola crítica e política cultural**. 3. ed. Trad. Dagmar Zibas. São Paulo, Cortez, 1992. Coleção Polêmicas do Nosso Tempo.

KOSÍK, K. **Dialética do concreto**. Tradução Célia Neves e Alderico Toríbio. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e terra, 1986.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia y personalidad**. Buenos Aires: Ediciones Ciencias del Hombre, 1978.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Habilidades matemáticas relacionadas com grandezas e medidas. *In*: FONSECA, M. da C. F. R. (org.). **Letramento no Brasil: Habilidades Matemáticas**. São Paulo: Global/Ação Educativa/Instituto Paulo Montenegro, 2004, p. 153-172.

MIGUEL, J. C. **Pressupostos teóricos e metodológicos da formação de conceitos matemáticos por educandos dos anos iniciais da EJA**. Tese de Livre-Docência em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, 2018.

REPKIN, V. V. Aprendizagem desenvolvimental e Atividade de estudo. *In*: PUENTES, R. V.; CARDOSO, C. G. C.; AMORIM, P. A. P. (Orgs.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. DAVIDOV e V. V. REPKIN – Livro I, p. 365- 406. Curitiba, PR: Editora CRV, 2019 – Coedição: Uberlândia, MG: EDUFU, 2019.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n. 4, p. 9 – 19, 1996.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente.** São Paulo, Martins Fontes, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo, Martins Fontes, 1995.