UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de Marília

Aplicações da teoria piagetiana ao ensino da matemática:

uma discussão sobre o caso particular do número

Clélia Maria Ignatius Nogueira

Como citar: NOGUEIRA, C. M. I. Aplicações da teoria piagetiana ao ensino da matemática: uma discussão sobre o caso particular do número. *In*: MONTOYA, A. O. D. *et al*. (org.). **Jean Piaget no século XXI:** escritos de epistemologia e psicologia genéticas. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2011. p. 47-70. DOI: https://doi.org/10.36311/2011.978-85-7983-142-3.p47-70

Aplicações da teoria piagetiana ao ensino da matemática: uma discussão sobre o caso particular do número

Clélia Maria Ignatius Nogueira

Iniciando...

Os resultados das pesquisas de Jean Piaget influenciaram profundamente a Educação no mundo todo, particularmente a do mundo ocidental. A Matemática talvez tenha sido o campo do conhecimento em que mais inovações pedagógicas foram estabelecidas tendo como justificativa a teoria piagetiana.

Sua afirmação de que "conhecer é agir sobre os objetos", por exemplo, fez com que a sala de aula de Matemática fosse invadida por uma profusão de materiais didáticos manipuláveis (os chamados "materiais concretos"), alguns de eficiência duvidosa, muitos outros, porém, que realmente contribuem para o aprendizado da Matemática. A constatação de que o conhecimento é construído pela criança mediante a ação motivou uma busca intensa por estratégias de ensino nas quais a participação do aluno é mais presente, procurando torná-lo sujeito de sua aprendizagem.

A afirmação piagetiana que mais causou impacto nos estudiosos foi a de que "[...] não basta de modo algum à criança pequena saber contar verbalmente um, dois, três, etc. para achar-se de posse do número [...]" (PIAGET, 1981, p. 15) e, em consequência, o aspecto do ensino da Matemática mais analisado à luz da teoria piagetiana foi o do número.

O entusiasmo de Piaget pelo estruturalismo bourbakiano, expresso em diversos trabalhos e o estabelecimento, pela Epistemologia Genética, de um isomorfismo entre as estruturas elementares da Matemática, descritas pelo Grupo Bourbaki e as da inteligência, aliados ao fato de que o mestre genebrino buscou fundar na lógica a Psicologia Genética, parecem ter motivado a falsa ideia de que os currículos propostos pelo Movimento da Matemática Moderna reproduziriam o desenvolvimento da inteligência descrito pela teoria piagetiana.

https://doi.org/10.36311/2011.978-85-7983-165-2.p47-70

Considerando a definição piagetiana de número como a síntese da classificação e da seriação e a proximidade dessa definição com as definições para número cardinal e ordinal estabelecidas pelo Movimento da Matemática Moderna, por um longo período, a linguagem da Teoria dos Conjuntos que invadiu os currículos escolares a partir desse movimento, dominou também as aulas de Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais de escolarização.

Assim, o número praticamente sai de cena, sendo substituído por atividades de classificação, de seriação e de correspondência termo a termo, consideradas "pré-numéricas e preparatórias para a construção do número. Essa metodologia para o ensino do número estaria fundamentada, segundo seus defensores, nos resultados de Piaget e Szeminska divulgados no livro *A gênese do número na criança.*

Por outro lado, as atuais pesquisas acerca da construção do número vêm resgatando o papel desempenhado pelas atividades numéricas (em particular, a contagem) na construção do número e, as novas orientações para o trabalho com números na Educação Infantil, não apresentam mais, pelo menos de forma explícita, atividades consideradas "pré-numéricas", como classificação e seriação e, muito menos, desestimulam o uso da contagem como acontecia em um passado não muito remoto.

Esses novos resultados têm sido utilizados para fundamentar críticas às pesquisas piagetianas sobre o número e, principalmente, que estariam "além de Piaget" (BRISSIAUD, 1989, p. 215).

Nossa contribuição neste trabalho é, utilizando como aporte teórico o mesmo texto de Piaget e Szeminska que foi (em ainda é) responsabilizado por diversos autores, pelo "banimento" do número da Educação Infantil, analisar se o trabalho fundamentado nas atividades lógicas, como preconizava a reforma de 1970 reflete efetivamente a teoria piagetiana e mais, se as atuais recomendações de se enfatizar a contagem seriam contrárias à teoria piagetiana ou a ultrapassariam, destacando assim, a atualidade da obra de Piaget.

Para isso, iniciamos com um breve retrospecto histórico acerca do ensino do número destacando a "reforma de 1970"; discutimos a "aproximação" entre a teoria piagetiana e o Movimento da Matemática Moderna; destacamos o caráter epistemológico tanto na formulação das hipóteses quanto na elaboração das provas aplicadas na investigação realizada por Piaget e Szeminska; mostramos que as propostas "piagetianas" que admitem a necessidade de atividades lógicas antecedendo as numéricas não consideram o caráter solidário da construção entre classes, séries e número; identificamos algumas razões pelas quais a enumeração não foi considerada na investigação de Piaget e Szeminska; discutimos se as pesquisas atuais que constatam a “presença” do número antes dos 6 anos e recomendam a volta da “enumeração” nas atividades escolares infantis, seriam contrárias ou ultrapassariam os resultados piagetianos e estabelecemos o papel da enumeração na construção do número.

O ensino do número e a reforma de 1970

De acordo com Nogueira e Montoya (2004), a preocupação com uma metodologia específica para o trabalho pedagógico com o número só se dá, efetivamente, a partir de 1970. Antes disso, o “ensino” de números se prendia a uma repetição intensa dos algarismos, com folhas e folhas de caderno preenchidas com o algarismo 1, sequências intermináveis de 2, 3, etc. A seqüência numérica verbal era repetida à exaustão e a contagem estimulada (e exigida) o tempo todo.

Os programas das décadas de 50 e 60 estabeleciam como meta o estudo concreto dos números de 1 a 5, depois de 5 a 10, depois de 10 a 20, seguido pela formação e a decomposição em unidades dezenas e centenas, nome e escrita. Para o primeiro ano, programava-se o estudo dos números de 1 a 100, das dezenas e dúzias. Contar de 2 em 2, de 10 em 10, de 5 em 5. Exercícios e problemas de adição, subtração (com números de um algarismo e depois de dois algarismos), multiplicação e divisão por 2 e por 5.

O professor apresentava os números aos alunos, um após o outro, primeiramente até o 5, tomando o cuidado de fazer a identificação entre o símbolo numérico e alguma coleção, por exemplo, 1 = o; 2 = oo; 3 = ooo, e assim por diante. Depois de muito treino, o caminho inverso deveria ser percorrido, o número era apresentado e a criança desenhava a quantidade representada. Tratava-se a seguir da escrita cifrada, do nome e a da escrita do nome do número, dos antecessores e sucessores e etc.

O número era transmitido como um conhecimento social, se comunicava um saber já constituído. O número se confundia com a coleção, sendo ao mesmo tempo, um signo, uma palavra, uma coleção. A contagem era enfatizada mediante a memorização da seqüência numérica. O objetivo era “ensinar” os números mediante sua apresentação objetos pré-existentes, dos quais se pode destacar determinadas características que o aluno deveria conhecer e memorizar. Nessa perspectiva a aprendizagem era considerada efetiva quando o aluno fosse capaz de reconhecer o número em seus diferentes aspectos, conhecer seu nome, seu algarismo, seu antecessor e seu sucessor (NOGUEIRA, 2007).

O sistema de numeração decimal era posto como algo imutável e perene e não como um conjunto de regras e símbolos de caráter arbitrário.

No Brasil praticamente inexistiam textos didáticos de ensino de Matemática para os anos iniciais até o advento do Movimento da Matemática Moderna. A partir daí surgiram textos didáticos, muito mais voltados a auxiliar a ação do professor quase sempre despreparado para o trato da Matemática estruturada, e livros específicos de orientação pedagógica.

A partir do Movimento da Matemática Moderna o número praticamente sai de cena, sendo substituído pelas atividades preparatórias para a "construção do conceito de número".

Já não se fala mais em "ensinar" número, ele já não é mais visto como um objeto pré-existente, mas sim como algo que para ser construído necessita de pré-requisitos. Esses pré-requisitos passam a dominar os programas daquela época de tal forma que o educador francês Brissiaud afirmou que a reforma dos anos 1970, proposta "[...] sob a bandeira da Matemática Moderna, havia conseguido desterrar o número da escola infantil francesa." (DUHALDE; CUBERES, 1998, p. 142).

Para os reformadores de 1970, segundo Brissiaud (1989, p. 13), "[...] não somente não se deveria ensinar as regras de cálculo no jardim de infância, mas a criança não devia nunca calcular."

Buscava-se uma nova concepção de número como uma propriedade vinculada a conjuntos. As atividades recomendadas eram as de classificação e seriação e o emprego sistemático da correspondência termo a termo.

PIAGET E MATEMÁTICA MODERNA

Fica difícil não concordar com Brissiaud, se, de acordo com publicação do Institut National de Recherche Pédagogique, ERMEL, de Paris, de 1991, o programa do Curso Preparatório (CP), de 1970, o equivalente francês da Educação Infantil brasileira, apresenta, na descrição dos conteúdos, os tópicos "atividades de classificação e de seriação":

> É através das diversas manipulações de objetos que as crianças elaboram pouco a pouco a noção de número natural. É necessário compreender bem que o número natural não é um objeto, nem uma propriedade vinculada a objetos, mas sim uma propriedade vinculada a conjuntos.
> [...] A noção de número natural como propriedade de um conjunto aparecerá na medida em que se poderá estabelecer correspondência termo a termo entre conjuntos...
> [...] O emprego sistemático da correspondência termo a termo permite classificar os conjuntos e atribuir a cada classe um número: assim, a classe de todos os conjuntos que têm objetos em quantidade igual aos dedos da mão define o numeral "cinco".

> [...] Convém frisar a importância, para a elaboração da noção de número natural, das atividades de classificação, de seriação, de correlação termo a termo realizadas na escola maternal (ERMEL, 1991, p. 4).

Segundo Brissiaud (1989), dois quadros teóricos serviram essencialmente de referência: um foi a obra de Piaget e Szeminska (1981) sobre a gênese do número e o outro, a teoria dos conjuntos, que se tornou a "linguagem da Matemática" e era fortemente valorizada pelo Movimento da Matemática Moderna, estabelecendo assim, uma aproximação entre as duas teorias.

A Matemática Moderna objetivava aproximar o saber ensinado na escola, do saber desenvolvido pela ciência Matemática, que admitia as definições russelianas de número cardinal e ordinal, além da utilização de bijeções para determinar a cardinalidade de conjuntos.

Piaget como epistemólogo, se inspirou nas correntes de pensamento da Filosofia da Matemática para elaborar as suas hipóteses de investigação sobre a gênese do número, mais especificamente, nas definições de número cardinal e ordinal, de Russell e Whitehead (19968) (constantes do livro *Principia Mathematica* e assim, na definição piagetiana de número estavam envolvidos os mesmos elementos da definição "matemática": as classes e as séries, além de enfatizar a correspondência termo a termo.

Além disso, como Piaget estabeleceu um isomorfismo entre as estruturas matemáticas e o "funcionamento" das estruturas mentais que proporcionam o desenvolvimento da inteligência na criança e o Movimento da Matemática Moderna recomendava que as estruturas matemáticas fossem consideradas como conteúdos escolares, diversos autores estabeleceram, *a posteriori,* que o ensino da Matemática Moderna teria fundamentação na Epistemologia Genética.

> Na realidade, se o edifício das matemáticas repousa sobre *estruturas*, que correspondem, por outro lado, às estruturas da inteligência, é necessário **basear (grifo nosso)** a didática matemática na organização progressiva destas estruturas operatórias. (PIAGET, 1968, p. 27).

A intenção do destaque na citação anterior é mostrar que basear não significa absolutamente que se deva buscar reproduzir artificialmente o desenvolvimento das estruturas da inteligência e, menos ainda, que as estruturas matemáticas devessem integrar o currículo da educação infantil, mas sim, que os conteúdos ministrados deveriam ser compatíveis com este desenvolvimento.

Alguns educadores justificam o trabalho com atividades de classificação, seriação, etc. (as chamadas atividades 'pré-numéricas'), como forma de acelerar o desenvolvimento da inteligência. Piaget (1980, p. 19), assim se posiciona frente a essa questão:

> [...] o problema aqui em pauta retorna à indagação sobre se existe ou não vantagem em acelerar a sucessão dos estágios do desenvolvimento. É claro que toda educação consiste, de uma forma ou de outra, em semelhante aceleração; mas a questão está em estabelecer até onde ela é proveitosa. Ora, não é sem motivo que a infância se prolonga muito mais no homem que nas espécies animais inferiores; muito provável, pois que se imponha para cada tipo de desenvolvimento uma velocidade inicial, sendo o excesso de rapidez tão prejudicial quanto a uma acentuada lentidão.

É fato que Piaget estabeleceu um isomorfismo entre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição do pensamento matemático; também é fato que para o pesquisador "o edifício da matemática repousa sobre estruturas que são as da própria inteligência", não é verdade, porém, que a Matemática Moderna estivesse fundada na Epistemologia Genética de Piaget.

As mudanças propostas pelo movimento renovador estavam centradas na estrutura dos conteúdos e não na gênese e história. Apesar disso, segundo Parrat e Tryphon (PIAGET, 1998), os promotores da reforma apoiavam-se muito freqüentemente em citações de Piaget.

Ainda hoje, as propostas metodológicas apoiadas em Piaget apresentam muitas das características da Matemática Moderna, trocando conteúdos explicitamente apresentados como Teoria dos Conjuntos, cujo único objetivo era introduzir o aprendiz na linguagem formal da matemática, por atividades de classificação, inclusão de classes ou correspondência biunívoca. Ao considerar tais atividades como essenciais ao desenvolvimento do conceito de número, os conteúdos propostos pela Matemática Moderna são mantidos e o que muda são os objetivos e a forma de apresentação.

> Para Piaget (1980, p. 16) , todavia, não existiria uma real necessidade das atividades descritas acima para o desenvolvimento do conceito de número:
> [...] Ora, semelhante situação é tanto mais surpreendente quanto se os professores de matemática se dispusessem a tomar conhecimento da formação psicogenética "natural" das operações lógico-matemáticas, descobririam que existe uma convergência entre as principais operações usadas espontaneamente pela criança e as noções que a ela se tenta inculcar pela abstração. A partir dos 7-8 anos, por exemplo, as pessoas descobrem por si mesmas operações de reunião e de intersecção dos conjuntos, assim como produtos cartesianos, e a partir dos 11-12 anos chegam a partição dos conjuntos.

Particularmente ao que se refere à questão "novos conteúdos e métodos tradicionais" na Matemática Moderna, assim se manifestou Piaget (1980, p. 16):

> Com referência, por exemplo, ao ensino da "Matemática Moderna", que constitui progresso verdadeiramente extraordinário em relação aos métodos tradicionais, a experiência é com frequência prejudicada pelo fato de que, embora seja "moderno" o conteúdo ensinado, a maneira de o apresentar permanece às vezes arcaica do ponto de vista psicológico, enquanto fundamentada na simples transmissão de conhecimentos, mesmo que se tente adotar (e bastante precocemente, do ponto de vista da maneira de raciocinar dos alunos) uma forma axiomática.

Do exposto acima, pode-se auferir que o mestre suíço demonstrou preocupação com a metodologia (ou ausência dela) utilizada quando da apresentação dos conteúdos propostos pelo Movimento da Matemática Moderna. E continua...

> Muito se pode esperar, portanto, da colaboração entre psicólogos e matemáticos para a elaboração de um ensino "moderno" e não tradicional da matemática do mesmo nome, e que consistiria em falar à criança na sua linguagem antes de lhe impor uma outra já pronta e por demais abstrata, e sobretudo levar a criança a reinventar aquilo de que é capaz, ao invés de se limitar a ouvir e repetir. (PIAGET, 1980, p. 16-17).

De acordo com Nogueira (2007), estes e outros posicionamentos do cientista em relação à Matemática Moderna e a preocupação de Piaget com o ensino da Matemática, expressa em diversas ocasiões e registradas em vários textos, motivaram inúmeros trabalhos que buscavam (e buscam) fundamentar na teoria piagetiana, uma Didática da Matemática. Além disso, o fato de Piaget concentrar esforços na Psicologia "aparenta" uma aproximação de sua obra com a docência, fazendo com que possa parecer "natural" a possibilidade de tal fundamentação.

É interessante notar também que as principais obras que fundamentam em Piaget a Didática da Matemática, diferentemente do que ocorreu com os trabalhos produzidos durante o período da Matemática Moderna, foram escritas por não-matemáticos, na sua grande maioria pedagogos e psicólogos. Portanto, abandonou-se um extremo, com textos produzidos apenas por matemáticos, (Matemática Moderna), adotando-se outro, o de textos produzidos quase que exclusivamente por pedagogos e psicólogos (obras fundadas em PIAGET), não se levando em consideração, portanto, a recomendação de Piaget que "[...] muito se pode esperar da colaboração entre psicólogos e matemáticos [...]", citada anteriormente (NOGUEIRA, 2007).

Existe mais um ponto que "afastaria" o trabalho com "conjuntos" na Educação Infantil e a teoria piagetiana, uma vez que, de acordo com esta teoria, a criança não seria capaz de assimilar conceitos sobre o número, ao abstrair que diversos conjuntos têm o "mesmo número de elementos", pois isto seria o mesmo que abstrair a cor ou o cheiro de um objeto, conhecimentos de natureza física, os quais são obtidos preponderantemente por abstração empírica. Para o conhecimento do número, há necessidade de abstração reflexiva, característica do conhecimento lógico-matemático, que envolve a construção de relações entre os objetos.

O caráter epistemológico das investigações

Do ponto de vista epistemológico, o problema "o que é o número?" intrigou filósofos e matemáticos desde a Antiguidade, evidenciando a existência de um forte contraste entre a clareza instrumental do número e a complexidade das teorias construídas para explicá-lo.

Nenhuma das principais correntes do pensamento matemático, como intuicionismo, o logicismo e o formalismo, até o século XX, conseguiu uma resposta satisfatória para explicar qual a origem do número. Tal desafio interessou a Piaget, para quem, somente uma investigação genética poderia conduzir a uma resposta mais conclusiva.

> Este contraste entre a evidência instrumental do número e a confusão das teorias epistemológicas para explicá-lo deixa claro a necessidade de uma investigação genética: o desconhecimento do pensamento em relação às engrenagens essenciais de seu próprio mecanismo é, com efeito, o índice psicológico de seu caráter elementar e, em conseqüência, da necessidade de se remontar aos primórdios de sua formação para poder alcançá-las. (PIAGET, 1975, p. 67- 68).

Até 1940, Jean Piaget já havia analisado as fontes práticas e sensório-motoras do desenvolvimento da criança e publicado seus resultados em duas obras clássicas: *O nascimento da inteligência na criança* e *A construção do real na criança*. Também já havia investigado os aspectos verbais e conceituais do pensamento infantil que resultaram em *A formação do símbolo na criança*.

Para Piaget era necessário "[...] ultrapassar essas duas etapas preliminares e atingir os mecanismos formadores da própria razão [...]", para compreender como os esquemas sensório-motores se organizavam no plano do pensamento em sistemas operatórios; o que, para ele, só seria possível mediante o estudo do número (PIAGET; SZEMINSKA, 1981, p. 11).

Piaget e Szeminska (1981) também esclarecem que os sujeitos da pesquisa foram restritos a crianças do período intuitivo, não porque não existissem indicativos da presença do número em crianças mais jovens, mas, porque, toda análise metodológica necessita fixar «começos». Para não ficarem remontando indefinidamente às origens, os pesquisadores estabeleceram que os sujeitos de sua investigação devessem ser capazes de realizar tarefas inerentes às provas cognitivas programadas, limitando-os, então, ao período intuitivo ou pré-operatório. Esse fato é importante, pois, alguns pesquisadores, como Brissiaud (1989), por exemplo, afirmam que, segundo Piaget, o número não existiria para as crianças antes dos seis ou sete anos.

Para a determinação das provas, Piaget e Szeminska se fixaram nas principais «qualidades» ou «necessidades» do número para existir, a conservação de quantidades (condição de todo e qualquer conhecimento); a correspondência termo a termo (essencial para a contagem); a determinação da cardinalidade e do princípio ordinal (aspectos indissociáveis do número) e, em todas elas, é possível perceber que os autores buscam confirmar a hipótese, não colocada abertamente, de que o número é a síntese da classificação e da seriação. O que os teria motivado a formular tal hipótese?

Segundo Nogueira (2006, 2007), para responder esta pergunta, entra em cena o forte apelo epistemológico das soluções insatisfatórias para a questão "o que é número?", particularmente, o longo e antigo debate, sem vencedor, entre logicistas e intuicionistas. A este debate acrescentem-se as convicções de Piaget de que o conhecimento não está nem no sujeito (apriorismo, implícito no logicismo) e nem no objeto (empirismo, pano de fundo do intuicionismo), mas na interação entre ambos, uma interação particular, que acontece internamente ao sujeito.

Pode-se inferir assim, que Piaget procurava uma solução intermediária, *um tertium,* entre Russell (logicismo) e Poincaré (intuicionismo). Para entender melhor esse *tertium*, são necessárias algumas considerações históricas e filosóficas acerca do número.

Por quase todo o século XIX, o mito de Euclides (c.450 - c.380 a.C) era inabalável tanto para os filósofos, como para os matemáticos. A Geometria euclidiana era considerada por todos, "[...] como o mais firme e confiável ramo do conhecimento [...]" (DAVIS; HERSH, 1986, p. 371

A descoberta das geometrias não-euclidianas, contudo, implicou na perda da certeza da geometria, abalando, consequentemente, não só os alicerces da Matemática, mas, de todo o conhecimento. Os matemáticos do século XIX enfrentaram o problema e buscaram outra fonte segura para fundamentar seus trabalhos, elegendo a Aritmética como a "nova base sólida".

Ao alicerçar a Matemática sobre a Aritmética, porém, se estava, em última instância, fundamentando-a sobre o número natural e se verificou, então, que este não possuía uma definição matemática formalizada, a ponto do alemão Kronecker (1823-1891) haver dito que "Deus fez os números inteiros, todo o resto é criação do homem" (EVES, 1995, p. 616).

Estava desencadeada a "crise dos fundamentos" na Matemática. A partir daí, surgiram diversas correntes buscando soluções para os profundos problemas apresentados, soluções estas, que se resumiam, em tornar a Matemática, novamente, uma ciência confiável. Destas correntes, três se destacaram: o logicismo, o intuicionismo e o formalismo. Estas três correntes continuam, até hoje, a dividir os matemáticos quanto aos fundamentos da Matemática.

A tese do logicismo é que a Matemática é um ramo da Lógica. Assim, a Lógica, em vez de ser apenas um instrumento da Matemática, passa a ser considerada como a geradora da Matemática. Todos os conceitos da Matemática têm que ser formulados em termos de conceitos lógicos e todos os teoremas da Matemática têm que ser desenvolvidos como teoremas da Lógica; a distinção entre Matemática e Lógica passa a ser uma questão de conveniência prática (EVES, 1995).

A tese do formalismo é que a Matemática é, essencialmente, o estudo dos sistemas simbólicos formais. Considera a Matemática como uma coleção de desenvolvimentos abstratos em que os termos são meros símbolos e as afirmações são apenas fórmulas envolvendo esses símbolos; a base mais funda da Matemática não está plantada na Lógica, mas apenas numa coleção de sinais ou símbolos pré-lógicos e num conjunto de operações com esses sinais. Como, por esse ponto de vista, a Matemática carece de conteúdo concreto e contém apenas elementos simbólicos ideais,além disso, a demonstração da consistência dos vários ramos da Matemática constitui uma parte importante e necessária do programa formalista. Sem o acompanhamento dessa demonstração de consistência, todo o estudo perde fundamentalmente o sentido. Na tese formalista se tem o desenvolvimento axiomático da Matemática levado a seu extremo (EVES, 1995).

A tese do intuicionismo é que a Matemática tem de ser desenvolvida apenas por métodos construtivos finitos sobre a sequência dos números naturais, dada intuitivamente. Logo, por essa visão, a base última da Matemática jaz sobre uma intuição primitiva, aliada, sem dúvida, ao nosso senso temporal de antes e depois, que nos permite conceber um objeto, depois mais um, depois outro mais e assim por diante, indefinidamente. Dessa maneira obtêm-se sequências infindáveis, a mais conhecida das quais é a dos números naturais.

A teoria de Russell e Whitehead (1968) para o número começa com a descrição do que é uma "classe de classes". Ou seja, duas classes consideradas em sua extensão dão origem a uma mesma classe de classes se é possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre seus elementos. O número cardinal é definido como estas "classes de classes" e, assim, o número 1 é a classe de todas as classes unitárias, o número 2 é a classe de todos os pares possíveis, etc. O número ordinal é constituído por meio de classes de relações assimétricas "semelhantes" e esta "semelhança" é obtida também mediante uma correspondência biunívoca.

Apesar destas "definições" terem sido aprovadas por muitos matemáticos e quase todos os lógicos, houve muitas objeções alegando a existência de um círculo vicioso e as que preconizam e a existência de diferenças funcionais entre a classe lógica e o número. (NOGUEIRA, 2007).

O maior crítico ao reducionismo lógico foi o francês Henri Poincaré. Ele denunciava a existência de um círculo vicioso porque o número já estaria presente ao se estabelecer a correspondência biunívoca entre os objetos singulares, argumentando que na expressão 'um' homem, etc., o objeto individual ou a classe singular já implica na presença do número '1'. (POINCARÉ, 1943).

Para Poincaré (1995), o número possui o duplo caráter de conceito puro e de forma intuitiva. É conceito puro enquanto esquema do conceito de grandeza, isto é, a parte sem a qual não se pode passar da grandeza pura à sua imagem no espaço e no tempo. É forma intuitiva, porque representa a sequência aditiva de uma unidade à outra unidade e realiza a síntese de um mesmo objeto no espaço e no tempo.

Segundo Nogueira (2007), o número teria um caráter sintético e irredutível, enquanto que, para Russell, existiria o número cardinal e o ordinal, construídos de maneira separada.

Isto retrata, de maneira simplista, a oposição existente entre as correntes de pensamento matemático logicismo e intuicionismo, no que se refere ao número.

Piaget analisou a solução logicista estudando a natureza da correspondência biunívoca estabelecida para se criar as classes equivalentes, para verificar se ela é puramente lógica (qualitativa), ou se já introduz explicitamente o número. Na correspondência biunívoca lógica ou qualitativa, os elementos se correspondem univocamente em função de suas qualidades. Por considerarem apenas as qualidades, as correspondências qualitativas independem da quantificação.

A correspondência biunívoca qualquer ou matemática, não é estabelecida em função das semelhanças qualitativas, mas, associando um elemento qualquer de um dos conjuntos a um elemento também qualquer do outro, com a única condição de que cada elemento seja colocado em correspondência uma única vez, o que implica em uma quantificação, pressupondo a unidade.

Para Piaget (1975) o problema da concepção de Russell residia no fato dele utilizar a correspondência biunívoca matemática ao estabelecer sua "classe de classes". Deste modo, não é puramente a classe que gera o número cardinal, mas uma classe já quantificada pela correspondência qualquer.

> Assim, quando Russell constrói o número 12 e faz corresponder a cada um dos apóstolos de Jesus um dos marechais de Napoleão, o apóstolo Pedro não

> corresponde ao marechal Ney em função de suas qualidades comuns, (como quando um biólogo estabelece a correspondência entre os pelos dos mamíferos e as penas dos pássaros), mas sim, simplesmente, porque um constitui uma unidade qualquer do primeiro conjunto e o outro, uma unidade também qualquer do segundo. (PIAGET, 1975, p. 74).

A discordância de Piaget com os intuicionistas se fundamentava no fato de que a intuição do número puro não é a de um número específico e sim de um número qualquer e seria, segundo o próprio Poincaré, a "[...] faculdade de conceber que uma unidade pode agregar-se a um conjunto de unidades" (POINCARÉ, 1943, p. 37).

Assim, segundo Piaget (1975), ao procederem de uma intuição que contém, de antemão, a noção de unidade, as operações numéricas se colocariam em oposição às operações lógicas.

Piaget considerou que a intuição operatória do número puro, irredutível à lógica concebida por Poincaré carecia de especificidade, enquanto que a redução de Russell não seria operatória o suficiente e, sua hipótese então, é a de que haveria a possibilidade de um *tertium* entre as duas posições.

Para Piaget e Szeminska (1981) o número tem por fonte a lógica, porém não deriva de nenhuma operação em particular. O número é construído das relações de classes quando os sujeitos agrupam objetos por suas semelhanças, das relações assimétricas quando estabelecem as diferenças ordenadas e da síntese quando os sujeitos agrupam os objetos, ao mesmo tempo, como equivalentes e distintos, o que é conciliatório com a irredutibilidade de Poincaré.

A construção solidária da classe, série e número

O livro *A gênese do número na criança* é dividido em três partes assim intituladas: "A conservação das quantidades e a invariância dos conjuntos"; "A correspondência termo a termo cardinal e ordinal" e "As composições aditivas e multiplicativas". As principais obras acerca da construção do conceito de número que influenciaram o ensino de Matemática no Brasil deixam evidentes "a conservação de quantidades" e a "correspondência termo a termo", passando ao largo da terceira parte do livro, que trata das "composições aditivas e multiplicativas", sendo que as que a levam em consideração apenas aplicam seu conteúdo às operações, particularmente, adição e subtração e às tabuadas, sem retratar sua importância na construção do número.

Desta forma, tem-se uma idéia de construção sequencial e linear, com o número surgindo no ápice de uma cadeia de construções, não permitindo constatar com clareza o movimento, as imbricações e a solidariedade de construção entre classes, séries e número, com um conceito dependendo do outro para se efetivar.

> Em vez de derivar o número da classe, ou o inverso, ou considerá-los como radicalmente independentes, pode-se efetivamente concebê-los como complementares e a se desenvolver solidariamente, embora em duas direções diferentes. (PIAGET, 1981, p. 224).
>
> A classe, a relação assimétrica e o número são, os três, manifestações complementares da mesma construção operatória aplicada, seja às equivalências e diferenças reunidas. Com efeito, é no momento em que a criança, havendo conseguido tornar móveis as avaliações intuitivas dos primórdios, atinge assim o nível da operação reversível, ela se torna simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar. (PIAGET, 1981, p. 253).

Como o movimento originado pela complementaridade e desenvolvimento solidário só fica evidente na terceira parte do livro, as obras que assumem, sem maiores detalhes que o número é a síntese da seriação e da classificação parecem basear-se apenas nas duas partes inicias, que tratam da conservação das quantidades e da correspondência termo a termo, conforme comprovam algumas colocações:

> O número, de acordo com Piaget, é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva). Uma é a ordem e a outra é a inclusão hierárquica (KAMII, 1998, p. 19).
>
> [...] Assim, (referindo-se a PIAGET), assegurava que as crianças têm que construir as operações lógicas de classificação e seriação como passo prévio a construir o número e que este seria a síntese entre tais operações (DUHALDE; CUBERES, 1998, p. 37).
>
> Para consolidar-se, o número precisa de uma estrutura operatória de conjunto, e essa estrutura mais global é elaborada pela síntese dessas estruturas mais simples que são a inclusão de classes [...] e a seriação ... (DORNELLES, 1998, p. 39).
>
> A noção de número, por exemplo, decorre, espontaneamente, do "cruzamento" das classes com as séries [...] (BRASIL, 1977, p. 25).

É evidente que numa abordagem mais simples (sem os «rigores formais») pode-se dizer que número é a síntese da classificação e da seriação e que a definição de número não vai interessar à criança. Porém, tal como expressada nas citações acima, a definição apresenta o inconveniente de sugerir uma construção linear do tipo: primeiro vem a classificação e a seriação, depois vem o número (NOGUEIRA, 2007).

> O inconveniente de tal definição é a sugestão de linearidade, de construção hierárquica, um *a priori* lógico, como se a classificação e seriação tivessem de estar concluídas enquanto estruturas operatórias para então, surgir o número, o que não é verdade.
>
> Nas provas do livro A gênese do número na criança não se conta, é um fato, mas as crianças refletem, estabelecem a correspondência termo a termo (qualquer e não qualitativa) e simultaneamente classificam e colocam em série. (NOGUEIRA, 2007, p. 41).

Dito de maneira formal, para atingirem o *status* de estruturas operatórias, os três, número, classificação e seriação, são construídos solidariamente, num processo de interdependência, conforme Piaget e seus colaboradores reafirmam no livro *Problèmes de la construction du nombre:*

> [...] o número não é construído antes das classes e das relações e nem após elas (isto é, após sua aparição ou após sua estruturação em agrupamento), porém, todos os três são construídos juntos, por etapas progressivas e sucedendo-se sincronicamente, pelas mesmas etapas de estruturação. É assim que já se encontram igualizações numéricas momentâneas por correspondência ótica ao nível onde as classificações procedem por coleções figurais e onde as seriações apresentam as estruturas análogas, enquanto que as correspondências operatórias se constituem ao mesmo nível das classificações e das seriações operatórias (com avanços e recuos de uns e de outros). (PIAGET et al, 1960, p. 63).

POR QUE A ENUMERAÇÃO NÃO É CONSIDERADA NA INVESTIGAÇÃO DE PIAGET E SZEMINSKA?

Para responder a esta questão, novamente recorremos ao caráter epistemológico da investigação realizada o que implica em considerar os aspectos históricos. De maneira geral, as pesquisas realizadas por Piaget e seus colaboradores quase sempre estabelecem (mesmo que de maneira não explícita) um paralelo entre a história dos conhecimentos na sua globalidade e a evolução dos conhecimentos na criança e, portanto, toda experimentação piagetiana, até 1970, pelo menos, tenta encontrar as origens da noção que avalia.

Para encontrar a gênese do número, então, não é solicitado às crianças que contem ou se sabem contar, pois Piaget e Szeminska, de acordo com Chalon-Blanc (2008) jamais fariam esta questão aos "criadores" o número. Além disso, o que eles tinham em m ente, em função de sua hipótese, era a busca pela construção da quantidade discreta irredutível à manipulação de um número aprendido ou à avaliação trivial de pequenas quantidades, como algumas pesquisas atuais procedem.

A contagem não despertou o interesse de Piaget, porque essa atividade não lhe pareceu essencial para compreender a construção do conceito do número. Para os pesquisadores, o que seria fundamental em uma investigação que busca as origens do número é identificar em que momento as crianças passam de raciocínios fundamentados apenas nas qualidades dos objetos para raciocínios sustentados nas quantidades que estabelecem.

Se por concentrarem seus estudos no desenvolvimento intelectual das crianças (pressupondo operações), Piaget e Szeminska não desenvolveram maiores análises sobre a contagem (pressupondo interação social) das crianças, isto não é, contudo, suficiente para se concluir que os autores não a considerassem importante.

Ao contrário, buscando exatamente complementar os estudos de Piaget e Szeminska, Pierre Grèco pesquisou, no início da década de sessenta, o papel da contagem e da correspondência termo a termo no desenvolvimento do número e os resultados foram publicados no volume XIII dos Études d'épistémologie génétique, do Centro Internacional de Epistemologia Genética, sob a direção de Jean Piaget, intitulado *Structures Numériques Élémentaires*, em 1962.

Embora colaborador próximo a Piaget, Pierre Grèco não hesitou em questionar se o conhecimento da enumeração influencia ou não a conservação de uma quantidade discreta.

No artigo "Quantidade e Quotidade: novas pesquisas sobre a correspondência termo a termo e a conservação dos conjuntos", Grèco estabeleceu a precocidade da conservação da quotidade (resultado da enumeração), o que o levou a atribuir um importante papel tanto à contagem, quanto à correspondência termo a termo na construção do número.

Nessa pesquisa, que pode ser considerada o marco inicial dos estudos posteriores acerca da contribuição da contagem na construção do número, Grèco conclui pela existência de uma fase de construção entre a II (da correspondência qualitativa – sem conservação) e a III (da correspondência operatória). A fase estabelecida por Grèco é a da conservação da quotidade sem conservação da quantidade e é reconhecida por Piaget, conforme consta do prefácio da terceira edição francesa do livro *A gênese do número na criança*, prefácio este, datado de maio de 1964:

> [...] as fases sucessivas são então as seguintes: 1) a criança constrói uma fileira do mesmo comprimento, mas sem correspondência termo a termo; 2) ela consegue uma correspondência ótica exata, mas se se espaça um pouco os elementos de uma das fileiras, a criança acredita que a fileira mais comprida adquire, por este fato, um número superior (8 em vez de 7, etc.); 3) na mesma situação, a criança pensa que o número se conserva mas que a quantidade aumenta (conservação da quotidade, mas não ainda da quantidade), com o nome numérico, pois, não sendo, ainda, mais que um meio de individualizar os elementos, mas sem que a quantidade total seja concebida como igual à soma das partes; 4) na mesma situação, há, daí por diante, conservação tanto da quantidade como da quotidade (PIAGET; SZEMINSKA, 1981, p. 19).

O fato de Piaget e Szeminska não terem considerado a contagem em sua investigação produziram questionamentos à teoria piagetiana, com críticas como, por exemplo, a de que Piaget e Szeminska *relegaram* a contagem a um segundo plano, por *desprezarem* os conhecimentos decorrentes da interação social.

Sendo a contagem um conhecimento com características sociais, um "componente verbal" do número, existe um *algo* mais embutido na crítica ao alegado *desprezo* dispensado pelos pesquisadores ao papel da contagem na construção do número. O que parece é que se pretende retomar, em novo cenário, a antiga crítica endereçada à Epistemologia Genética sobre o suposto descuido com o fator social na construção do conhecimento.

Com relação ao fator social, Nogueira (2007, p. 236) alerta que "[...] não se pode, também, desprezar importantes constatações que estão implícitas no livro em questão e que se referem à interação social, como no caso da análise das composições aditivas [...]" em que Piaget e Szeminska (1981) concluem que as crianças apresentam maior facilidade para " [...] incluir hierarquicamente em situações em que as classes em jogo podiam ser designadas e delimitadas por uma palavra ou sistemas de palavras [...]", demonstrando que o conhecimento social colabora com as construções lógicas.

Pesquisas atuais: para além de Piaget?

Segundo diversos autores, o estudo da aquisição do número mostra que as crianças nascem em um mundo onde os números são quase inerentes aos objetos e as pesquisas atuais apontam a importância tanto do processo de contagem para a construção do conceito de número como do conhecimento de número que a criança já tem antes de entrar na escola.

Podemos dividir as pesquisas atuais em dois grupos, a saber: a)As que investigam as capacidades numéricas precoces e b) As que estudam o papel desempenhado pela enumeração.

Pesquisas realizadas nos Estados Unidos afirmam, numa nítida intenção de contradizer as propostas pedagógicas piagetianas, que o uso de metodologias que subestimem as competências numéricas precoces da criança pequena pode entravar o desenvolvimento matemático futuro. De maneira geral, porém, segundo Chalon-Blanc (2008), nos resultados americanos prevalece a idéia do inatismo, pois defendem que a criança conta com "princípios precoces prévios" para a contagem.

É fato que muitas pesquisas foram realizadas e seus resultados confirmaram a hipótese de que as crianças, desde muito pequenas, têm noção de número. Investigações realizadas por Starkey e Cooper, comprovam que bebês, por volta dos 6 meses de idade podem distinguir entre conjuntos de um, dois ou três elementos, bem como entre conjuntos de três e quatro elementos.

Os resultados de Karmiloff-Smith, segundo Chalon-Blanc (1991) indicam que crianças com um ano de idade podem ordenar conjuntos com diferentes quantidades de elementos, podendo dar conta de pequenas mudanças numéricas no conjunto que está observando e ignorar outros dados perceptivelmente interessantes como cor e forma. Seria um sentido numérico intuitivo, muito semelhante ao senso numérico do homem primitivo.

De acordo com Gelman e Gallistel (1978), a atividade de contagem é dirigida por cinco princípios: o princípio da ordem estável, segundo o qual as palavras-números devem constituir uma sequência estável; o princípio da correspondência termo a termo, segundo o qual, a cada elemento contado corresponde uma e só uma palavra-número; o princípio cardinal, segundo o qual a última palavra-número utilizada numa sequência de contagem representa o número de elementos do conjunto contado; o princípio da abstração, segundo o qual o conjunto em que incide a contagem pode ser constituído por elementos heterogêneos, todos eles tomados como unidades e o princípio da não pertinência da ordem, segundo o qual a contagem dos elementos pode ser feita em qualquer ordem, desde que os outros princípios sejam respeitados.

Os três primeiros princípios definem o procedimento de contagem, o quarto determina o tipo de conjunto em que a contagem pode incidir e o quinto permite distinguir a contagem da simples etiquetagem. Segundo Gelman e Meck (1991), a criança muito pequena possuiria um conhecimento implícito destes cinco princípios, que consistiriam competências pré-formadas, que orientariam os desempenhos das crianças.

Diversos autores argumentam a favor dos argumentos inatistas de Gelman, no entanto, nada é acrescentado aos princípios em si mesmos, os quais podem perfeitamente ser "traduzidos" para a teoria piagetiana e também não discutem a importância da contagem no desenvolvimento do número.

Segundo Chalon-Blanc (2008), Karen Wynn investigou, em 1992, se as operações com números pequenos são inatas e, utilizando a técnica da fixação visual, procurou saber se bebês de 4/5 meses realizam sem dificuldade a adição $1 + 1 = 2$ e a subtração $2 – 1 = 1$. Seus resultados são positivos. Porém, é importante destacar que o que Wynn considera como adição e subtração não possuem o caráter das operações reversíveis de Piaget e seus resultados estariam dentro da teoria piagetiana, ligados à questão do objeto permanente.

De maneira geral, as pesquisas que buscam identificar as capacidades numéricas precoces, de maneira geral procuram estabelecer a "existência" de número antes da síntese entre a classificação e a seriação. Piaget e Szeminska, ao estabelecerem os sujeitos da investigação que realizam, deixam claro que a escolha do período intuitivo se prende apenas à necessidade de se "fixar um começo".

Além disso, o próprio fato, da elaboração desta síntese não se dar de forma linear, mas, sim, sincrônica e solidariamente, já indica a presença de números primitivos (quantificadores), virtuais ou reais, a partir dos níveis mais elementares, o que já é relatado no livro *O nascimento da inteligência na criança*.

De acordo com Chalon-Blanc (2008), Bideaud e Jablonka investigaram as contribuições da enumeração no desenvolvimento da noção de número em crianças com 4 anos de idade e concluíram que após auxiliarem seguidamente, durante um mês após a aplicação de pré-teste, as crianças a realizarem a correspondência termo a termo entre duas coleções, conseguiram resultados em pós-teste, porém esses progressos são de pouca duração (falha no 2 º pós teste um mês mais tarde) e pouco generalizáveis.

Para a pesquisadora francesa Catherine Sophian (1991), Piaget e Szeminska consideram que a contagem desempenha um papel secundário no desenvolvimento das conceitualizacões numéricas enquanto que os trabalhos recentes a consideram, tanto como um indicador da riqueza dos conhecimentos matemáticos desde a pequena infância, quanto "como um fator potencialmente importante do desenvolvimento das conceitualizações relativas ao número".

Sophian pesquisou a relação entre a cardinalidade e a contagem em crianças não escolarizadas, com a idade variando de três a sete anos, encontrando resultados que revelam uma compreensão precoce tanto da contagem quanto de algumas operações matemáticas elementares. Baseada nesses resultados a pesquisadora francesa recomenda a inclusão de atividades que privilegiem a contagem e mesmo operações aritméticas a partir das primeiras aprendizagens, desde que integradas a uma pedagogia contextualizada.

Para a americana Leslie Steffe (*In* BIDEAUD; MELJAC; FISHER, 1991) Piaget não considerou os suportes da experiência infantil, na qual a contagem se faz presente, em decorrência de fatores sociais. Após ter trabalhado durante dez anos, tentando compreender como a teoria piagetiana dos estágios poderia ser utilizada no ensino da matemática, sentiu necessidade de formular um modelo da construção do número, compatível com o de Piaget, levando em conta, porém, a experiência infantil. Seus estudos permitiram isolar cinco estádios de aprendizagem na construção da sequência dos números: 1) esquema de contagem perceptiva; 2) esquema de contagem figurativa; 3) a sequência inicial dos números; 4) a sequência tacitamente encaixada dos números e, 5) a sequência explicitamente encaixada dos números.

Para Karen Fuson (*In* BIDEAUD; MELJAC; FISHER, 1991).as pesquisas de Piaget e Szeminska subestimam tanto o papel da contagem na construção do número, quanto o das estratégias empíricas de emparelhamento (correspondência) para a quantificação, estudando, com detalhes, a evolução entre contagem e cardinalidade, em crianças de idade variando entre dois e oito anos e seus resultados deixaram evidentes a importância dos procedimentos empíricos para a constituição da quantificação e da contagem para a construção do número.

Segundo Chalon-Blanc (2008, p.167), Fuson estabelece que a contagem é um "[...] instrumento cultural utilizado pela criança para construir os conceitos de número cardinal, ordinal e de número-medida, quando se trata de coleções de média dimensão [...]" e descreve com precisão a evolução da cadeia verbal: O "rosário", quando as palavras-número não são diferenciadas no seio da sequência; A "lista indivisível", quando as palavras-número são diferenciadas mas a contagem só pode começar no princípio da lista; A "cadeia divisível", quando a contagem pode ser iniciada em qualquer ponto e a sequência de palavras-número começa a ser recitada ao contrário e A "cadeia enumerável", quando as palavras-número da sequência adquirem significado cardinal, o que permite á criança contar n elementos (a mais ou a menos) a partir de qualquer número.

Fuson observa ainda que, muito antes de construir o número de um ponto de vista lógico, a criança encontra as palavras-número em uma variedade de situações entre as quais vais estabelecer ligações e identificou sete situações: cardinalidade; de medida; ordinalidade; contagem (no sentido de etiqueta numa correspondência biunívoca); sequencial (recitar apenas as palavras-número); simbólica (apenas a leitura de um numeral) e como código (canal de TV) (CHALON-BLANC, 2008).

Para o psicólogo e matemático francês Remi Brissiaud, Piaget e Szeminska menosprezam a contagem ao considerar que o fator verbal desempenha apenas um papel pequeno no progresso da construção do número (BRISSIAUD, 1989).

Brissiaud (1989) afirma que as crianças encontram o número pela primeira vez, antes da contagem, mediante a utilização de correspondência termo-a-termo (em conformidade com os homens pré-históricos) estabelecida entre uma coleção de objetos e uma "coleção-testemunho" de dedos. A seguir, mediante a comparação entre o que o autor considera como dois sistemas de representação e tratamento da quantidade (as coleções-testemunho de dedos e a contagem), a criança torna-se capaz de "precisar certos aspectos das noções de quantidade e de número".

Dos estudiosos atuais, Brissiaud é o mais enfático em estabelecer uma "oposição" entre os resultados piagetianos e a comprovação, por diversas pesquisas, tanto do papel efetivo desempenhado pela contagem na construção do número quanto da presença do número no pensamento infantil, antes do acabamento deste último, como síntese das classes e das séries.

Brissiaud divide sua obra *Como as crianças aprendem a calcular* (1989), em três partes: "Comunicar", "Calcular" e "Para além de Piaget". Nesta última parte, entre outras coisas, propõe uma teoria didática para a matemática (inspirada no método instrumental de Vygotsky), que enfatiza o papel da contagem no desenvolvimento dos conceitos numéricos, afirmando que suas sugestões "ultrapassam" Piaget.

Brissiaud fundamenta-se em Grèco (1960) para justificar suas propostas (segundo o autor, "além de Piaget") enfatizando a contribuição da contagem no processo de construção do número, o que causa estranheza, pois os resultados de Grèco (1960) foram referendados por Piaget, conforme afirmamos anteriormente.

Uma conclusão possível a partir das referências escolhidas para ilustrar os atuais "caminhos do número", é que o trabalho de Piaget e Szeminska continua na base destes estudos, quer estes pretendam confirmá-los, complementá-los ou colocá-los em cheque. Isto demonstra bem, segundo os termos de Rémy Droz, "l'incroyable fécondidité heuristique" (a incrível fecundidade heurística), do trabalho de Piaget e Szemiska (DROZ, 1991, p286).

A ENUMERAÇÃO NO ENSINO DO NÚMERO E A TEORIA PIAGETIANA

Os resultados das pesquisas acerca da influência da enumeração na construção do conceito de número, de maneira geral, indicam que certos aspectos do número são seguramente culturais e que as crianças constroem as pré-noções cardinais (responder à questão quanto) e ordinais (mostrar o n-ésimo elemento) muito antes de terem construído os elementos lógicos do número.

É fato também que as transmissões culturais (palavras-números, canções, enumeração ou contagem, aprendizagem reforçada) são insuficientes para reconhecer um número do qual não se utiliza sistematicamente, porém, em contrapartida, são necessárias para construir a ferramenta matemática a uma velocidade normal.

Outro aspecto importante a ser considerado é que para uma criança do século XXI a aquisição do conceito de número obedece a uma ordem inversa da ordem original, afinal, elas convivem socialmente com as palavras-número antes de construírem a sequência numérica.

Esse “conhecimento” social que as crianças atualmente possuem da sequência das palavras-número, dos numerais, permite que compreendamos melhor a insistência acerca da importância da contagem no desenvolvimento do conceito de número.

Para podermos analisar a compatibilidade dos resultados das pesquisas mais recentes e os das investigações piagetianas acerca da construção do número é preciso ficar claro o que cada estudioso entende por número.

Para Piaget, um número é um todo que se mantém, seja qual for a disposição de suas partes e a utilização das palavras-número corretamente realizada jamais constituirá provas suficientes dessa conservação.

Se considerarmos o número, na perspectiva empirista, então ele se reduz a uma palavra-número, lida, dita, entendida de maneira adequada, uma enumeração exata realizada em diferentes contextos, aos quais se vem juntar a manutenção de um todo, que aqui atua como uma simples etapa de um número aprendido progressivamente.

É fato que as palavras-número e os algarismos, as regras do Sistema de Numeração Decimal são aspectos que necessitam ser transmitidos culturalmente, todavia, a correspondência biunívoca não pode simplesmente ser transmitida e é difícil considerá-la apenas como cópia de algo presente no mundo físico.

Podemos ensinar uma criança de 3 anos a reconhecer o algarismo 7, conhecer a palavra-número que o designa, a contar até sete, etc; que são conhecimentos socialmente transmitidos, porém não podemos ensiná-la que 7 é constituído por 7 unidades, seja qual for a maneira de as dispor e associar. Não se ensina como memorizar um todo; não se ensina a necessidade de se colocar um para um para que duas coleções tenham a mesma quantidade de elementos. Essas conclusões impõem-se como uma necessidade interna. É um conhecimento construído, que pode, todavia, ter seu desenvolvimento acelerado pelos meio, pelo impacto dos conhecimentos transmitidos (CHALON-BLANC, 2008).

Como a “unidade” é uma propriedade que é acrescentada aos objetos, quando igualizam as diferenças, elas são “constituídas” graças às capacidades de abstração, antes de serem nomeadas, o mesmo acontecendo com a correspondência, as classes e a ordenação, enfim, todo sistema é manipulado antes de ser efetivamente nomeado.

Era este sistema que Piaget e Szeminska procuravam: eles buscavam indícios mais confiáveis de uma dedução que garantisse que a quantidade permanecia em potência independente de todas as suas aparências.

Por outro lado, ainda se considerando a abstração, as tarefas de contagem ou as que favorecem a construção do conceito de número, são facilitadas pela linguagem.

"[...] a linguagem, ao designar as relações que já existiam entre as unidades traçadas, estabiliza o sistema e dá-lhe, simultaneamente, uma possibilidade muito rápida de evocação e de evolução" (CHALON-BLANC, 2005, p. 33).

Piaget nunca afirmou que a função simbólica não desempenhava nenhum papel na construção do número. O que Piaget pretendia demonstrar era a anterioridade do sistema dos números em relação à sua designação e, particularmente, sobre sua designação coletiva, em termos de signos. Grèco (, por seu lado, demonstrou que as crianças são capazes de manipular as palavras- número sem as compreender.

Piaget demonstrou que elas conservam quantidades discretas e, portanto, manipulam verdadeiros números, sem saberem nomeá-los.

Esses dois fatos evidenciam que a enumeração não é um fator decisivo na construção do conceito de número, sendo, porém, indispensável à sua evolução. O seu poder evocador permite acesso a números grandes e às operações.

Na construção do conceito de número, ou seja, a capacidade de abstrair uma mesma quantidade a partir de objetos diferentes; de configurações espaciais diferentes, a criança passa por etapas que são parcialmente semelhantes às dos "inventores" do número. Os obstáculos a vencer e as soluções a encontrar são sempre os mesmos. Sem conservação do todo não há quantidade e isso é verdadeiro em 2009 como o era em 3500 a.C..

Todavia, de acordo com Chalon-Blanc (2008), esse processo exigirá de cada criança de 6 a 7 anos e não milênios, afinal, os diferentes contextos numéricos em que uma criança se encontra mergulhada desde o seu nascimento não podem deixar a sua construção idêntica a de seus predecessores.

As variações do meio modificam a velocidade das aquisições, mas não a natureza dos obstáculos a vencer e assim, a construção da quantidade conserva um máximo de coerência com suas origens, embora esteja imersa em um conjunto infinitamente mais vasto do que o conjunto de origem a qual pertencia.

É essa incrível redução do tempo que evidencia a importância da transmissão de maneira implícita, nas atividades cotidianas, ou de maneira explícita, no contexto escolar, de conhecimentos processuais ou declarativos, distintos daqueles que ela constrói individualmente. A enumeração é o principal desses conhecimentos.

FINALIZANDO ...

As crianças podem saber contar, sem nada ter compreendido sobre a noção de quantidade ou o significado do número, o que demonstra que a contagem não é suficiente para esta construção, todavia, ela é uma condição necessária para a construção do conceito de número por permitir a evocação, que é a condição primeira para a aquisição do conceito de número. Isso porque é necessário ser capaz de evocação para reunir objetos que possuem uma propriedade comum e depois, novamente, evocamos para estabelecer uma seriação e, etc.

Dessa forma, e nos fundamentando apenas na teoria piagetiana, podemos considerar que a contagem desempenha um papel importante na construção do conceito do número e assim, tanto as atividades lógicas como as numéricas devem ser abordadas e exploradas no espaço escolar.

Afinal, embora as dificuldades e os obstáculos para a construção do número, do sistema de numeração decimal e da escrita numérica sejam os mesmos para a criança como os foram para a humanidade, existem recursos que o meio fornece para que o processo seja incrivelmente acelerado e a contagem é o principal deles!

Referências

BIDEAUD, J.; MELJAC, C.; FISHER, J. P. *Les Chemins du nombre*. Lille: Presses Universitaires, 1991.

BRASIL, L.A.S. *Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática*. Rio de Janeiro: Forense Universtára, 1977.

BRISSIAUD, R. *Como as crianças aprendem a calcular*. Lisboa: Instituto Piaget, 1989.

CHALON-BLANC, A. *Inventar, contar e classificar*: de Piaget aos debates actuais. Lisboa: Instituto Piaget, 2008.

DAVIS, H.; HERSH, R. *A experiência matemática*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.

DORNELLES, B.V. *Escrita e número:* relações iniciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

DROZ, R. Les Multiples racines des nombres naturels et leurs multiples interprétations. In BIDEAUD, J.; MELJAC, C.; FISHER, J.P. *Les Chemins du nombre*. Lille: Presses Universitaires, 1991, p. 285 - 302.

DUHALDE, M. E.; CUBERES, M.T.G. *Encontros iniciais com a matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

ERMEL, Institut Nacional de Récherche Pédagogique. *Apprentissages numériques et résolution des problème:* cours préparatoire. Paris: Hatier, 1991.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Ed. Unicamp, 1995.

FUSON, K. Relations entre comptage et cardinalitè chez lês enfants de 2 à 8 ans. *In* BIDEAU, J.; MELJAC,, C.; FISHER, J.P.. *Les chemins du nombre*. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991, p.159-181.

GELMAN, R., GALLISTEL, C.R. *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

GELMAN, R., MECK, E. Premiers principes e conceptions du nombre. In: BIDEAU, J.; MELJAC,, C.; FISHER, J.P.. *Les chemins du nombre.* Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991., p.211-234.

GRÈCO, P. et al. *Problèmes de la construction du nombre.* Paris: Presses Universitaires de France, 1960.

KAMII, C. *A criança e o número*. 25.ed. Campinas, S.P: Papirus, 1998.

NOGUEIRA, C. M. I.; DONGO-MONTOYA, A. O. Desenvolvimento das noções matemáticas na criança e seu uso no contexto escolar: um estudo psicogenético. In: MONTOYA, A. D. (Org.). *Pedagogia Cidadã: cadernos de formação:* psicologia da educação. 2. ed. São Paulo: Ed. UNESP: Pró-reitoria de Graduação, 2004. p. 119 – 136.

NOGUEIRA, C. M. I. A definição de número: uma hipótese sobre a hipótese de Piaget. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, DF, v. 87, n. 216, p. 135-144, ago. 2006.

NOGUEIRA, C. M. I. *Classificação, seriação e contagem no ensino do número:* um estudo de epistemologia genética. Marília: Oficina Universitária Unesp, 2007.

PIAGET, J. *Introduction a la epistemologia genética.* Buenos Aires: PAIDOS, 1975. v. 1: El pensamiento matemático.

PIAGET, J. *Para onde vai a educação?* 7.ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1980.

______. *Sobre a pedagogía.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998.

PIAGET, J. et al. *Problèmes de la construction du nombre.* Paris: Presses Universitaires de France, 1960.

PIAGET, J. et al. *La enseñanza de las matematicas.* 3.ed. Madrid: Aguillar, 1968.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança.* 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

POINCARÉ, H. *La sciense et l'hypothèse.* Paris: Flammarion, 1943.

______. . *O valor da ciência.* Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

RUSSELL, B.; WHITEHEAD, A. N. *Principia mathematica.* 2. ed. London: Cambridge University Press, 1968.

SOPHIAN,C. Le nombre et La gênese avant l'école primaire. Comment s'em inspirer pour enseigner lês mathématiques. *In* BIDEAU, J.; MELJAC,, C.; FISHER, J.P.. *Les chemins du nombre.* Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991.

STEFFE, L. Stades d'apprentissage dans La construction de La suíte dês nombres. In: BIDEAU, J.; MELJAC,, C.; FISHER, J.P. *Les chemins du nombre.* Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991.