

Sobre uma estrutura fundamental para a lógica operatória concreta

Ricardo Pereira Tassinari

Como citar: TASSINARI, R. P. Sobre uma estrutura fundamental para a lógica operatória concreta. *In:* MONTOYA, A. O. D. *et al.* (org.). **Jean Piaget no século XXI:** escritos de epistemologia e psicologia genéticas. Marília: Oficina Universitária; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2011. p. 31-46. DOI: <https://doi.org/10.36311/2011.978-85-7983-142-3.p31-46>



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial-SemDerivações 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia Creative Commons Reconocimiento-No comercial-Sin derivados 4.0 (CC BY-NC-ND 4.0).

SOBRE UMA ESTRUTURA FUNDAMENTAL PARA A LÓGICA OPERATÓRIA CONCRETA

Ricardo Pereira Tassinari

INTRODUÇÃO E COLOCAÇÃO DO PROBLEMA

O *Traité de Logique: Essai de Logistique Opératoire* (PIAGET, 1949) antecede em um ano o surgimento do primeiro volume de *Introduction à L'épistémologie Génétique* (PIGET, 1950), e, juntos, marcam o próprio nascimento da Epistemologia Genética. Com efeito, este último é a primeira exposição pública por Piaget das ideias e resultados de seu projeto de uma Epistemologia Genética, como pode se verificar por uma análise da bibliografia piagetiana e do Prefácio desta mesma obra.

Posteriormente, o *Traité de Logique* é reeditado com a ajuda do lógico suíço Jean-Blaise Grize e dá origem a sua segunda edição que saiu apenas com o título *Essai de Logique Opératoire*.¹

Na Introdução à Segunda Edição desta obra, Piaget (1976, p. xvi) escreve que o conteúdo do *Ensaio* responde a parte do problema geral da Epistemologia Genética que é o de “[...] procurar descobrir a natureza dos conhecimentos em função de seus mecanismos formadores [...]”, pois, como, continua Piaget, “[...] é evidente que deveríamos incluir neste programa a análise da constituição das estruturas lógicas”.

Lembremos que Piaget (1976, p. 4) convencionou “[...] chamar de epistemologia ao estudo do conhecimento enquanto relação entre o sujeito e o objeto, e reservar o termo lógica para a análise formal do conhecimento”.

¹ Passaremos a nos referir a esta obra apenas por *Ensaio*. Nossas citações, a partir daqui, se referirão às traduções brasileiras.

Mais especificamente, Piaget escreve que o problema que deu origem ao *Ensaio* foi

[...] o de compreender como se constituem as estruturas elementares de classes, de relações, de números, de proposições, etc., formalizadas com toda independência e autonomia pelo lógico e de procurar quais são suas relações com as “operações” do pensamento “natural”, muito mais pobre e não formalizado (PIAGET, 1976, p. xv).

Assim, no *Ensaio*, Piaget realiza uma análise das principais estruturas lógico-operatórias do sujeito epistêmico (ou seja, do sujeito do conhecimento), e, em especial, dentre essas estruturas lógico-operatórias, introduz 8 estruturas, consideradas elementares, denominadas de estruturas de *agrupamento* – que surgem de forma gradativa, porém simultânea – e pelas quais o ser humano inicia sua estruturação lógica do Real.

Dentre essas 8 estruturas, 4 são relativas às classes, 4 às relações. Sem entrar nos pormenores das estruturas de agrupamento, diremos apenas que, em relação aos agrupamentos de classe, temos as operações de “união”, “complemento”, “multiplicação simples” (ou seja, intersecção), “multiplicação co-unívoca” e “multiplicação biunívoca” (estas últimas permitem estabelecer a classificação de certos elementos em uma tabela); e, em relação aos agrupamentos de relação, temos operações que permitem a composição (e decomposição) de relações, como, por exemplo, de relações assimétricas transitivas, simétricas, relações assimétricas de-um-a-muitos e de-muitos-a-um.

Porém, como escreve Grize, em uma nota de rodapé, no *Ensaio*:

A estrutura de agrupamento, que Jean Piaget introduziu em 1941, revelou-se difícil de ser formalizada completamente. As tentativas feitas até hoje, são ainda pouco satisfatórias, no sentido de que todas comprometem, de uma maneira ou de outra, o pensamento de Piaget (PIAGET, 1976, p. 90).

E, como escreve o próprio Piaget, na Introdução:

Resta, entretanto, neste caso, resolver o problema ainda não esclarecido da formalização das etapas intermediárias, pois, se é possível axiomatizar as grandes estruturas acabadas, tais como as de grupos ou de redes, etc., a pergunta permanece aberta no que concerne às etapas anteriores, por exemplo, à estrutura de “agrupamento” [...] (PIAGET, p. xvi).

Pesquisas para determinar a estrutura de agrupamento (GRIZE, 1959, 1963, 1967; GRANGER, 1965; WITZ, 1969) sempre buscaram aquilo que há de comum entre as 8 estruturas e uma das causas da dificuldade de sua determinação é a heterogeneidade dessas estruturas entre si.

Por outro lado, o surgimento simultâneo das 8 estruturas nos leva então à questão: será que existe uma única estrutura mais fundamental que não é constituída apenas das características comuns às 8 estruturas de agrupamento, mas é uma estrutura da qual essas 8 são subestruturas?

Este trabalho responde positivamente a essa questão, seguindo as ideias centrais de Tassinari (1998), apresentando essa estrutura mais fundamental. Podemos dizer que seu espírito é aquele expresso, de forma geral, nas palavras de Piaget, em 1942, no início de *Classes, Relações e Números*:

Por que a Logística, cuja técnica dedutiva adquiriu uma precisão rigorosa, e a Psicologia da Inteligência, cujos métodos se adequam às regras da objetividade experimental, não colaboram à maneira da Matemática e da Física? Seguramente, a inteligência tem uma história, e não saberíamos deduzir as leis de um desenvolvimento histórico. Mas podemos calcular os estados de equilíbrio do pensamento e recorrer a estes estados para analisar as regulações ou as oscilações da vida mental, o que conduziria a compreender como a evolução se orienta a um equilíbrio final. Por que então a Logística não é utilizada pelos psicólogos como instrumento de cálculo ou de dedução, e porque os logísticos não se interessam pela Psicologia para buscar a oportunidade de novos problemas operatórios? (PIAGET, 1942, p. 1).

O SISTEMA DE ESQUEMAS DE TRANSFIGURAÇÕES

Faremos, nesta seção, uma rápida descrição de alguns temas da teoria piagetiana de forma a nos permitir caracterizar minimamente o sistema de esquemas de transfigurações.

Como sabemos, a interação é a responsável pela construção da estrutura mental², desde os níveis mais elementares até os superiores. No início ela é apenas sensorio-motora, depois ela se torna também simbólica com o aparecimento da função semiótica.

A função semiótica é a capacidade de “[...] representar alguma coisa (um significado qualquer: objeto, acontecimento, esquema conceitual etc.) por meio de um significante diferenciado e que só serve para essa representação: linguagem, imagem mental, gesto simbólico etc.” (PIAGET; INHELDER, 1986, p. 46).

Observemos então que a representação só é possível, por definição, se o sujeito epistêmico utiliza a função semiótica, e que, além disso, as noções de significado e de significante são definidas de forma co-dependente e a partir das próprias noções de representação e de função semiótica.

² Lembremos que, como salienta Ramozzi-Chiarotino (1984, p. 34; 1972, Capítulo 1), a estrutura mental é a estrutura orgânica responsável pela capacidade humana de estabelecer relações, condição de todo conhecimento possível.

De forma geral, segundo a classificação de Piaget (1974, p. 185), um significante utilizado em uma representação (com o uso da função semiótica), ou é um *símbolo*, ou é um *signo*, caso, respectivamente, tenha semelhança ou não com seu significado.

O exemplo típico de signo é a palavra (notemos, por exemplo, que a palavra água não guarda diretamente semelhança com a própria água).

Quanto ao símbolo, temos que:

Um *símbolo* é uma imagem evocada mentalmente ou um objeto materialmente escolhido intencionalmente para designar uma classe de ações ou objetos. Assim, a imagem mental de uma árvore simboliza na mente as árvores em geral, uma determinada árvore de que o indivíduo se recorda ou certa ação relativa às árvores etc. (PIAGET, 1974, p. 185).

A imagem mental é então o significante semelhante ao significado, usado pelo sujeito epistêmico para o representar, e, portanto, é um símbolo; mas é um significante que não é um objeto do meio exterior (como, por exemplo, um boneco que representa uma pessoa, ou um desenho que representa a coisa desenhada) e sim é interno ao sujeito epistêmico.

As imagens mentais são “cópias” do real; entre aspas, pois elas não derivam dos objetos ou dos acontecimentos “em si”, mas do real tal qual está construído pelo sujeito num determinado momento segundo as suas ações. A imagem mental, como mostra Piaget (1978) é o produto da interiorização dos atos de inteligência, imitação interiorizada, ou ainda, o esboço de uma imitação possível (e portanto tem suas raízes no plano sensório-motor).

Assim, a imagem é *a fortiori* símbolo, i.e., significante, cuja significação tem que ser buscada nas ações sensório-motoras.

Ainda segundo Piaget (1974, p. 185), o símbolo é “motivado” (por sua semelhança com o significado), e, por isso é “individual”, em oposição ao signo que é “coletivo” e, portanto, “arbitrário”.

Entretanto, apesar desta distinção, Piaget (1974, p. 185) salienta que: “Símbolos e signos apenas são os dois polos, individual e coletivo, de uma mesma elaboração de significações.”

Com a função semiótica, constrói-se então o plano da representação, pois agora o sujeito pode evocar os objetos distantes no tempo e no espaço através de significantes. Este novo plano é condição necessária, mas não suficiente, para a criança realizar operações lógico-matemáticas com os objetos e, portanto, organizar coerentemente seu real.

Com efeito, a função semiótica é bem anterior a capacidade de operar, ela marca o início do Período Pré-Operatório cujo final se dá com o surgimento das operações concretas; neste ponto, ela possibilita as “ações interiorizadas” e as “operações”.

Piaget denomina

interiorizada à uma ação executada em pensamento sobre os objetos simbólicos, seja pela representação de seu desenrolar possível e sua aplicação aos objetos reais evocados por imagens mental (tendo então a imagem o papel do símbolo), seja pela aplicação direta aos sistemas simbólicos (signos verbais, etc.) (APOSTEL; MANDELBROT; PIAGET, 1957, p. 44-45).

As operações são, por definição, segundo Piaget (APOSTEL; MANDELBROT; PIAGET, 1957, p. 45) “[...] ações interiorizadas ou interiorizáveis, reversíveis e coordenadas em estruturas totais [...]”, cujas leis, segundo Piaget (BETH; PIAGET, 1961, p. 169) “[...] o observador pode descrever em termos de redes, de grupos, etc., breve, na linguagem da álgebra geral”.

No período operatório concreto, que é aquele que nos interessa aqui, o agrupamento seria o modelo das estruturas operatórias.

Piaget escreve:

A observação e a experiência nos tem mostrado, com efeito, que, se chamamos “operações” às ações interiorizadas, reversíveis (no sentido de: podendo ser executada nos dois sentidos) e coordenadas em estruturas de conjunto, e se chamamos “concretas” às operações que intervêm nas manipulações dos objetos ou nas suas representações acompanhadas de linguagem, mas não atuando apenas sobre proposições ou enunciados verbais (as operações sobre estes, independente de toda manipulação, sendo chamadas “hipotético-dedutivas”), todas as estruturas do nível das operações concretas se reduzem a um só modelo, que podemos designar com o nome de “agrupamento” (BETH; PIAGET, 1961, p. 185).

Por outro lado, podemos nos perguntar: se toda operação concreta é uma ação interiorizada, será que, inversamente, toda ação interiorizada é uma operação?

O próprio Piaget nos diz que:

Na realidade, uma operação concreta não é apenas uma ação interiorizada e que se combina com outras, em sistemas de conjuntos reversíveis; é também, e por isso mesmo, uma ação que é acompanhada por uma tomada de consciência de seu mecanismo e de suas coordenações (INHELDER; PIAGET, 1976, p. 4).

Ora, essa distinção, entre ação interiorizada e operação, cria espaço para uma análise mais detalhada que possibilita determinar quais estruturas estariam em jogo na constituição das operações concretas e responder à questão da existência de uma única estrutura fundamental, alicerce das operações de classe e de relações do Agrupamento.

Assim, para responder à questão e introduzir os elementos dessa estrutura fundamental, que permite entender a passagem da ação sobre a experiência sensível à estruturação lógico-matemática do Real, definimos abaixo uma noção que, como veremos, possibilita diferenciar melhor e coordenar as noções de ação interiorizada e operação concreta.

Chamaremos de transfiguração, por definição, uma ação, realizada endogenamente pelo sujeito epistêmico, que consiste em passar de uma imagem mental (que representa uma situação ou objeto que chamaremos estado 1) a outra imagem mental (estado 2) e que permite comparar os objetos ou situações representados, sendo que as imagens não podem estar fundidas uma representação imagética única, ou seja, o sujeito deve expressar em seu comportamento (o que mostra haver a consciência de) que se trata de dois objetos ou situações diferentes e que são ligados por essa própria ação endógena que os compara.

A transfiguração é condição tanto das classes individuais (pois ela estabelece a individualidade estrita da representação dos objetos), quanto da representação precisa de uma transformação do real (já vivida ou não pela criança).

Usamos o termo transfiguração, pois, na falta de um melhor, ele permite designar as ações interiorizadas (pertencentes, pois, ao aspecto operativo do conhecimento) sobre os elementos do aspecto figurativo do conhecimento (trans = movimento para além de, figura = imagem)³. A noção de transfiguração especifica aquela de ação interiorizada que intervêm nas manipulações concretas.

Sendo um aspecto das operações, a capacidade de realizar transfigurações é condição necessária às operações.

Quanto a saber se a existência de transfigurações é condição suficiente para as operações, temos que não, pois segundo a citação acima de Piaget, para que o sistema de transfigurações se torne um sistema operatório, não basta se combinar “com outras, em sistemas de conjuntos reversíveis”, mas também deve também ser “acompanhada por uma tomada de consciência de seu mecanismo e de suas coordenações”.

Por fim, da mesma forma que diferenciamos uma ação e seu esquema, é importante diferenciar entre uma transfiguração e seu esquema.

³ Piaget (BETH; PIAGET, 1961, p. 169) denomina *operativo* a “[...] este aspecto do conhecimento que é relativo às ações e às operações [...]” e *figurativo* ao aspecto “[...] relativo às configurações sensíveis (por exemplo, à percepção e à imagem mental)”.

Com efeito, Piaget define (BETH; PIAGET, 1961, p. 251) o esquema de uma ação como “[...] o conjunto das qualidades gerais destas ações, quer dizer, daquilo que permite repetir a mesma ação ou de aplicá-la a novos conteúdos”.

Ou seja, *grosso modo*, o esquema é a forma da ação e, nesse sentido, o desenvolvimento do sujeito epistêmico, enquanto desenvolvimento do sistema de seus esquemas de ação, nada mais é o desenvolvimento do sistema de suas formas de ação.

Da mesma forma, podemos definir o *esquema de uma transfiguração* (em sentido análogo ao de esquema de uma ação) como o conjunto das qualidades gerais de uma transfiguração, ou seja, daquilo que permite repetir a mesma transfiguração ou de aplicá-la a novos conteúdos.

Veremos então como as operações concretas podem ser entendidas como esquemas de transfiguração ou resultam da coordenação, em um sistema, destes esquemas.

UMA ESTRUTURA MATEMÁTICA PARA O SISTEMA DE ESQUEMAS DE TRANSFIGURAÇÕES

Vamos aqui introduzir a estrutura matemática que, como veremos na seção seguinte, está relacionada ao sistema de esquemas de transfigurações.

DIGRAFOS

Um digrafo é uma estrutura matemática constituída por um conjunto de pontos (chamados, por definição, de *vértices*) e um conjunto linhas orientadas que ligam estes pontos (chamadas, por definição, de *arestas direcionadas* ou, também, de *setas*). Na Figura 1, temos algumas representações de digrafos.

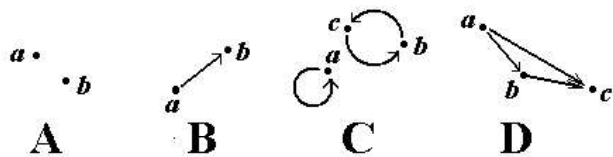


Figura 1 – Exemplos de Digrafos: O Digrafo A tem dois vértices (a e b) e nenhuma seta; o Digrafo B tem dois vértices (a e b) e uma seta (ab), o Digrafo C tem três vértices (a , b e c) e três setas (aa , bc e cb) e o Digrafo D tem também três vértices (a , b e c) e três setas (ab , bc e ac).

De forma geral, uma seta de um vértice x a um vértice y pode ser representada por $x \rightarrow y$ ou pelo par ordenado (x, y) ou, ainda, simplesmente por xy . Neste caso, diremos aqui (apesar de não ser usual na literatura de digrafos) que uma seta xy sai de x e chega a y . Notemos ainda que o conjunto das setas é, necessariamente, um conjunto de pares ordenados de vértices.

Na próxima seção, vamos mostrar a relação entre a estrutura de digrafos e o sistema de esquemas de transfigurações e, nesse sentido, as três definições abaixo nos serão úteis.

(1) Um *digrafo-R* é um digrafo tal que, para cada seta de x para y existe uma seta de y para x .

Em relação à Figura 1 acima, temos que apenas o Digrafo C é um digrafo-R.

Em geral, na literatura dos digrafos, os digrafos-R são chamados de *digrafos simétricos*; porém, preferimos usar aqui a letra R para indicar sua relação com a reversibilidade das transfigurações, que será explicada na próxima seção.

(2) Um *digrafo-P* é um digrafo que não tem pontos isolados; o que quer dizer que para todo vértice x , existe uma seta de x para um vértice y ou existe uma seta de um vértice y para x .

Os Digrafos B, C e D da Figura 1 são digrafos-P e apenas o Digrafo A não o é, pois tem pontos isolados.

(3) Um *digrafo-T* é um digrafo tal que, se existe uma seta de x para y e existe uma seta de y para z , então existe uma seta de x para z .

Digrafos-T são chamados na literatura especializada de digrafos transitivos.

O Digrafo D da Figura 1 é um exemplo claro de digrafo-T, já que tem as setas ab , bc e ac . Mas, salientemos que os outros também o são, pois, nenhum deles tem setas xy e yz , sem a seta xz .

(4) Por fim, um digrafo que tem todas as três propriedades acima (R, P e T) será chamado de um digrafo-RPT.

Podemos nos perguntar: qual a forma dos digrafos-RPT?

Para termos uma noção de sua forma, vamos então usar os digrafos representados na Figura 1 e completá-los com um mínimo de setas tal que os digrafos resultantes tenham as propriedades R, P e T acima. O resultado se encontra representado na Figura 2.

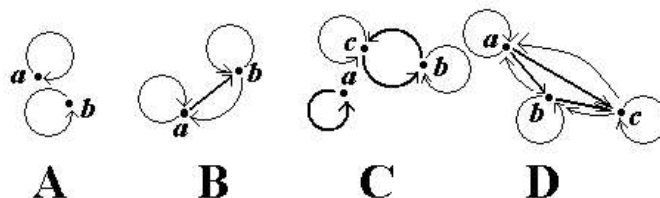


Figura 2 – Digrafos que resultam dos Digrafos da Figura 1 completados com um mínimo de setas para terem as as Propriedades R, P e T.

Vemos então que: cada vértice tem uma seta que sai de si e chega a si; nos novos Digrafos B e D, todos os vértices estão conectados entre si; os Digrafos A e C se compõem de duas partes em que, em cada parte, todos os vértices estão conectados entre si. Assim temos, de forma geral, que: em todo vértice x existe uma seta de x para o próprio x ; e dados dois vértices x e y , ou existem setas de x para y e de y para x , ou eles não pertencem a mesma parte.

Pode-se então mostrar a seguinte a regra geral.

Proposição. Um digrafo é um digrafo-RPT se, e somente se, satisfaz as duas propriedades abaixo⁴:

- (1) em todo vértice x existe uma seta de x para o próprio x ; e
- (2) dados dois vértices x e y , ou existem setas de x para y e de y para x , ou eles não pertencem a mesma parte.

Terminemos esta seção observando que a estrutura de digrafo que julgamos mais adequada para o sistema de esquemas de transfigurações é a estrutura de digrafo em que existe uma classificação das setas. Na próxima seção veremos o porquê.

DIGRAFOS E SISTEMAS DE ESQUEMAS DE TRANSFIGURAÇÕES

Podemos agora relacionar a estrutura de dígrafo aos sistemas de esquemas de transfiguração de uma forma muito natural⁵.

⁴ Em termos técnicos: as propriedades (1) e (2) expressam que o conjunto de setas está associado a uma relação de equivalência no conjunto de vértices e estabelece, neste, uma partição.

⁵ A rigor, deveríamos falar em estruturas (no plural) de digrafos, já que cada digrafo é uma estrutura; mas, para sublinhar que se trata de apenas um único tipo de estrutura, utilizaremos, por abuso de linguagem, o termo estrutura de digrafo (no singular).

Com efeito, os vértices serão os estados representáveis pela criança por imagens mentais (incluindo as imagens mentais que podem representar a situação atual percebida pela criança) e cada transfiguração de um estado A a um estado B será uma seta AB; assim, o conjunto das transfigurações determina o conjunto de setas.

A partir daí, podemos ver que o digrafo do sistema de esquemas de transfigurações é um digrafo RPT. Com efeito, vejamos como ele satisfaz cada uma das propriedades.

Propriedade R. Ora, como uma transfiguração é, por definição, uma ação, realizada endogenamente pelo sujeito epistêmico, que consiste em passar de uma imagem mental (que representa uma situação ou objeto, que chamaremos estado A) a outra imagem mental (estado B) e que permite comparar os objetos ou situações representados (tendo consciência de que se trata de dois objetos ou situações diferentes que são ligados pela própria ação que os compara), temos então que essa ação é reversível, ou seja, para compará-las, o sujeito também vai de B para A. Assim, na estrutura de digrafo de um sistema de esquemas de transfigurações se existe a seta AB então existe a seta BA; logo, é uma estrutura de digrafo-R.

Propriedade P. Sendo a transfiguração uma comparação, ela se dá entre um estado A e um estado B, o que quer dizer que para todo vértice A, existe uma seta de A para B, bem como (pela propriedade R acima), existe uma seta de B para A; logo, não existe ponto isolado e a estrutura de digrafo de um sistema de esquemas de transfigurações é um digrafo-P.

Propriedade T. Por fim, temos que, a princípio, se se compara A com B e B com C, pode-se comparar A com C; ou seja, o digrafo de um sistema de esquemas de transfigurações é tal que, se existe uma seta de A para B e existe uma seta de B para C, então existe uma seta de A para C; portanto, o digrafo de um sistema de esquemas de transfigurações é também um digrafo-T.

Logo, pelas considerações acima, o digrafo de um sistema de esquemas de transfigurações é um digrafo-RPT e assim tem a característica descrita na Proposição acima:

1. para todo estado A existe uma transfiguração de A para A; e
2. para cada dois estados A e B, ou eles são comparados entre si por transfigurações AB e BA, ou então A e B não são comparáveis do ponto de vista do sistema de esquemas de transfigurações em consideração.

Por fim, como dissemos, na seção anterior, a estrutura mais adequada para um sistema de esquemas de transfigurações é a estrutura de digrafo em que existe uma

classificação das setas. Com efeito, como os esquemas classificam as transfigurações e a cada transfiguração está associada a uma seta, então temos que o conjunto de esquemas determina uma classificação das setas. Deixamos para trabalhos futuros a análise dessa estrutura .

Passemos, agora, a relação entre os digrafos de sistemas de esquemas de transfigurações e as operações lógicas de seriação e classificação.

DIGRAFOS, SISTEMAS DE ESQUEMAS DE TRANSFIGURAÇÃO E AS OPERAÇÕES LÓGICAS DE SERIAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO.

Vamos, então, nesta seção, mostrar, de forma bem geral (pois também reservamos para trabalhos futuros a demonstração formal), como as estruturas de digrafos-RPT está subjacente às estruturas de relações e classes.

SERIAÇÃO

Considere o digrafo-RPT, representado na Figura 3, de uma situação de seriação em que, temos três bastões A, B e C, tais que A é menor que B e B menor que C, e na qual se apresenta, inicialmente, a criança os bastões A e B, depois, somente B (escondendo-se A) e, por fim, BC (notemos que este digrafo tem a forma do Digrafo D da Figura 2).

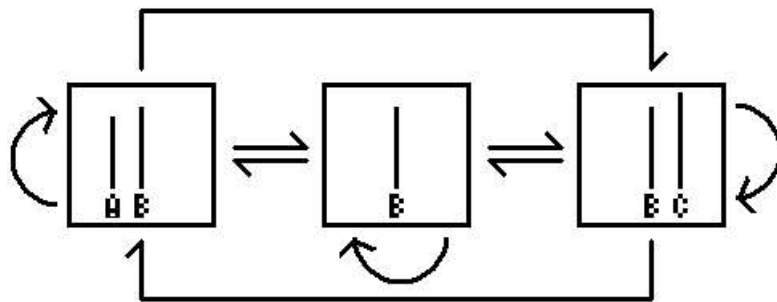


Figura 3: O Digrafo-RPT e as Operações de Seriação.

Esse é um tipo de situação como aquela descrita a seguir por Piaget (1967, p. 52-53)

Um exemplo especialmente claro é o da seriação qualitativa A B C ..., etc. Em todas as idades, uma criança saberá distinguir dois bastões pelo comprimento

e julgar que o elemento B é maior que o A Mas, na primeira infância [ou seja, até o final do Período Pré-Operatório, antes de realizar transfigurações], isto é apenas uma relação perceptiva ou intuitiva, e não operação lógica. Com efeito, se se mostra primeiro A B, depois os dois bastões B C, escondendo A sob a mesa, e se pergunta se A (que havíamos comparado com B) é maior ou menor que C (que está sobre a mesa com B), a criança se recusa a concluir (contanto que, naturalmente, as diferenças não sejam muito grandes e não subsistam na memória, ligadas às imagens-lembranças) e pede para vê-los juntos, pois não sabe deduzir A C, de A B e B C. Quando saberá efetuar esta dedução? Somente quando souber construir uma série ou escala de bastões sobre a mesa e, coisa curiosa, elas não o conseguem antes dos seis ou sete anos [mais exatamente, antes do Período Operatório Concreto] [...] Ora, vê-se, imediatamente, que esta construção supõe a operação inversa (a reversibilidade operatória): cada termo é concebido, ao mesmo tempo, como o menor de todos os seguintes (relação) e como o maior dos que o precederam (relação), permitindo ao sujeito encontrar seu método de construção, assim como intercalar novos elementos, depois que a primeira série completa foi construída.

Vemos então que a compreensão do “método de construção” (citado acima) pelo sujeito é a expressão da existência de um sistema de esquemas de transfigurações que representam ações possíveis na experiência, no caso, a ação de poder vir a comparar A e C e mostrar que A é maior que C. É parte desse sistema de esquemas de transfigurações que é representado esquematicamente na Figura 3.

Vemos ainda a necessidade da “reversibilidade” (citada acima), da transitividade (já que ela significa que o sujeito consegue chegar a transfiguração AC a partir das transfigurações AB e BC) e da não existência de um elemento isolado, pois, como diz Piaget (1967, p. 52) “Uma relação assimétrica, como B C só é inteligível quando relacionada com uma seriação de conjunto possível: 0 A B C D..., etc.”

CLASSIFICAÇÃO

Para finalizar este trabalho, gostaríamos de analisar especialmente o caso da relação parte-todo.

Consideraremos o experimento das contas de madeira descrito por Piaget (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, capítulo VII). Neste experimento tem-se uma caixa com várias contas de madeiras, sendo a grande maioria da cor castanha e apenas duas da cor brancas, como representado nos quadrados da Figura 4. Neste figura, as bolas negras representam as contas castanha e as bolas brancas representam as contas brancas. Representamos também um digrafo-RPT elementar (que tem a forma do Digrafo B da Figura 2), no qual o vértice do lado esquerdo representa que a criança considera apenas as contas castanhas (bolas negras) e o vértice do lado direito representa que a criança considera todas as contas (as de madeira).

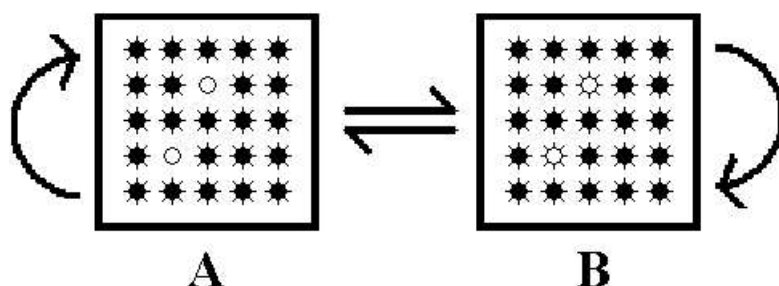


Figura 4: Digrafo e Operações sobre Conjuntos (Classificação).

Algumas das perguntas que são feitas (cf. PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 227) à criança são: “Há mais contas de madeira ou contas castanha?”; “[...] que colar seria mais comprido, o que se poderia fazer com contas de madeira ou com as contas castanhas?” (pede-se inclusive para a criança desenhar um e outro colar, antes de se fazer esta pergunta).

Ora, sabemos que, *grosso modo*, no Período Operatório Concreto a criança entende que há mais contas de madeira, pois as contas castanha são de madeira, enquanto que, no Período Pré-Operatório, a criança responde que há mais contas castanhas!

Vejamus um exemplo desse tipo de situação.

quando se lhe pergunta qual dos dois colares será mais longo, o que se poderia fazer com as contas de madeira ou o que se fizesse com as conas castanhas, Laur responde, para nosso grande espanto: “as castanhas (...) porque há mais”. Pedimos-lhe para mostrar as contas correspondentes a esses dois colares possíveis. É então que surge a primeira dificuldade verdadeira encontrada por essa criança; mostra certo as castanhas para o primeiro colar, mas, no que se refere ao colar das contas de madeira, mostra somente as brancas, “porque não há outras”, ou noutras palavras, porque as castanhas já foram mobilizadas para a confecção mental do colar feito com elas! (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 244-245).

Como explicar então respostas deste tipo?

Ora, pela percepção, só se pode considerar a relação das partes de um todo entre si, mas não a relação entre a parte A e o todo B simultaneamente, pois ao se considerar um destrói-se a consideração do outro.

Se os únicos critérios utilizados pela criança são de ordem intuitiva e não operatória é claro, com efeito, que uma totalidade cindida em dois, mesmo por experiência mental, não existe mais em si mesma, porque então não corresponde mais a

nenhuma percepção possível: a criança pode perceber a parte o todo B_1 ou as partes A_1 e A_2 , mas não simultaneamente B_1 e A_1 ou B_1 e A_2 . (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 239).

Tudo se passa como se a criança, pensando na parte, esquecesse o todo e vice-versa. Ou melhor, a criança, quando pensa no todo, consegue bem se representar as partes ainda não dissociadas (pois, por exemplo, desenha corretamente o colar correspondente ao todo e distingue muito bem nesse todo uma vintena de contas castanhas e duas contas brancas), mas, quando procura dissociar uma das partes, não consegue mais se lembrar do todo ou levá-lo em consideração, limitando-se a comparar a parte de que se ocupa com a parte restante, ou seja, ao resíduo do todo primitivo. Assim, se pensa nas contas castanhas, a criança não as compara, com efeito, senão às contas brancas, e não mais ao conjunto das contas de madeira. (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 235).

Apenas utilizando as transfigurações, o sujeito epistêmico é capaz de comparar a parte A e o todo B, e, nesse sentido, as transfigurações são necessárias para a constituição das operações relativas à classificação (como as operações união e de diferença).

Em resumo, assim que a criança raciocina sobre uma das partes considerada por si mesma, a totalidade como tal se dissolve, transferindo suas qualidades para a outra parte somente. Se chamarmos de B o todo, de A a parte considerada e de A_2 a outra parte, constatamos pois que a dificuldade das crianças desta primeira fase em compreender a relação de inclusão ou de parte a totalidade, é na realidade uma dificuldade em conceber o todo como resultante de uma composição aditiva das partes: $B = A + A_2$ e $A = B - A_2$. (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 236).

Notemos então que, na citação acima, a “composição aditiva” refere-se a uma transfiguração executada de A para B (pelo o acréscimo $+ A_2$) e que sua inversa é uma transfiguração de B para A (pela subtração $- A_2$).

Em resumo, podemos ver que o que falta à criança é a capacidade de uma ação mental, i.e., realizada endogenamente pelo sujeito epistêmico, que compare os elementos da percepção atual com outros imaginados, ou seja, falta-lhe a capacidade de passar de uma imagem mental (que represente a situação percebida, por exemplo, a parte A) a outra imagem mental (que represente uma outra possibilidade, como, por exemplo, o todo B) e comparar seus significados entre si, no caso, A e B, sem que um exclua o outro, entendendo que se trata de duas coisas diferentes que são ligadas por essa própria ação endógena que os compara. Ou seja, falta-lhe a capacidade de realizar transfigurações como aqui definida.

CONCLUSÃO

A análise feita aqui nos permite então entender, minimamente, como uma única estrutura, o sistema de esquemas de transfigurações, que apresenta a forma de uma estrutura matemática de digrafo-RPT, estaria subjacente e seria condição necessária (mas não suficiente, como vimos na seção O Sistema de Esquemas de Transfigurações) das operações da Lógica Operatória Concreta, bem como permite entender porque só no Período Operatório Concreto a criança passa efetivamente da experiência sensível a uma estruturação lógica do Real.

REFERÊNCIAS

- APOSTEL, Léo; MANDELBROT, Benoit; PIAGET, Jean. *Logique et équilibre*. Paris: P.U.F., 1957. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, 4).
- BETH, Evert W.; PIAGET, Jean. *Épistémologie mathématique et psychologie: essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle*. Paris: P.U.F., 1961. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, 14).
- GOUSTARD, Michel et al. *La logique des apprentissages*. Paris: P.U.F., 1959. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, 10).
- GRANGER, Gilles-Gaston. Un problème d'axiomatisation en psychologie. *Logique et Analyse*, Bruxelles, n. 29, p. 72-83, 1965.
- GRIZE, Jean-Blaise. Du groupement au nombre: essai de formalisation. In: GOUSTARD, Michel et al. *La logique des apprentissages*. Paris: P.U.F., 1959. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, 10).
- _____. Des groupements à l'algèbre de Boole. In: APOSTEL, Léo et al. *La filiation des structures*. Paris: P.U.F., 1963. (Bibliothèque scientifique internationale, Étude d'Épistémologie Génétique, 15) p. 25-63.
- _____. Remarques sur l'épistémologie mathématique des nombres naturels. In: PIAGET, Jean (Org.). *Logique et connaissance scientifique*. Paris: Gallimard, 1967. (Encyclopédie de la Pléiade, 22) 135-289.
- INHELDER, Bärbel; PIAGET, Jean. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Pioneira, 1976.
- PIAGET, Jean. *Classes, relations et nombres: essai sur les groupements de la logique et sur la réversibilité de la pensée*. Paris: J. Vrin, 1942. (Études de Psychologie et de Philosophie, 4).
- _____. *Traité de logique: essai de logique opératoire*. Paris: A. Colin, 1949.
- _____. *Introduction à l'Épistémologie Génétique*. Paris: Presses Universitaires de France, 1950. (Bibliothèque de philosophie contemporaine, Logique et philosophie des sciences).
- _____. *Seis estudos de psicologia*. Rio de Janeiro: Forense, 1967.
- _____. *O nascimento da inteligência na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

_____. *Ensaio de lógica operatória*. São Paulo: Ed. USP; Porto Alegre: Globo, 1976. Tradução de: *Essai de Logique Opératoire*. 2. éd. Établie par Jean-Blaise Grize. Paris: Dunod, 1972.

_____. *A formação do símbolo na criança: imagem, jogo e sonho: imagem e representação*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel. *A psicologia da criança*. Rio de Janeiro: Difel, 1986.

PIAGET, Jean; SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Zelia. *Piaget modelo e estrutura*. Rio de Janeiro: José Olímpio, 1972.

_____. *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget*. São Paulo: Ática, 1984.

TASSINARI, Ricardo Pereira. *Da ação sobre a experiência sensível à estruturação lógica do real: um estudo da forma da construção do agrupamento em Piaget*. 1998. 64 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) - Instituto de Psicologia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

WITZ, Klaus G. On the structure of Piagets Grouping I. *Archives de Psychologie*, Genève, v. 15, n. 1, 1969, p. 37-49.